

1ª Lista de Exercícios de Cálculo Numérico
Prof^a. Vanessa Rolnik

1. Converta:

i) os seguintes números decimais para sua forma binária:

(a) 22 (b) 255 (c) 256 (d) 0.11 (e) 0.0101

ii) os seguintes números binários para sua forma decimal

(a) 101010 (b) 111111111 (c) 10000 (d) 0.111 (e) 0.0101

2. Dado o sistema de aritmética de pontos flutuantes $F(10, 8, -99, 99)$, represente nele os seguintes números: $x = 1043,625$, $y = 0,0000415$, $z = -24789,31$ e $w = 35,36$.

3. Dado o sistema de aritmética de pontos flutuantes $F(2, 8, -31, 31)$, represente nele os seguintes números: $x = (47)_{10}$, $y = (93)_{10}$, $z = (2,435)_{10}$, $z = (110101)_{10}$ e $t = (11,1101)_{10}$.

4. Dado o número 132.47, qual é a sua representação na base 2 usando 8 dígitos significativos? Essa representação é exata?

5. Considere o sistema de aritmética de pontos flutuantes $F(2, 5, -3, 1)$ de base 2, 5 dígitos na mantissa, menor expoente -3 e maior expoente 1. Quantos números podemos representar exatamente neste sistema? Quais as regiões (na base 10) de overflow e underflow desse sistema? Represente neste sistema os números a seguir e indique o tipo de erro quando a representação exata não for possível.

(a) 1234.56 (b) -0.00054962 (c) 5210065 (d) -0.00000245

6. Considere o sistema de aritmética de pontos flutuantes $F(10, 3, -4, 4)$ de base 10, 3 dígitos na mantissa, menor expoente -4 e maior expoente 4. Represente neste sistema os números a seguir e indique o tipo de erro quando a representação exata não for possível.

(a) 1234.56 (b) -0.00054962 (c) 5210065 (d) -0.00000245

7. Que solução admite a equação $1 + x = 1$, x um número real, num computador $F(10, 10, -99, 99)$?

8. Sejam $x = 0,66667$ e $y = 0,66698$ aproximações para $2/3$. Quantas casas decimais corretas tem x e y ? Determine o erro absoluto e o erro relativo de x e de y .

9. Sejam $x = 0,008735$ e $\bar{x} = 0,008746$. Quantas casas decimais corretas tem \bar{x} ? Se $\bar{x} = 0,008738$, quantas casas decimais ele teria? Considere agora $x = 32,637$ e $\bar{x} = 32,621$ e verifique quantas casas decimais corretas tem em \bar{x} . Calcule, em todos os casos, o erro absoluto e o erro relativo.

10. Escreva o número $5/7$ no formato binário usando um número suficiente de algarismos de forma que o erro relativo real seja menor que 0,005.

11. Calcule

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2}}{x - 4}$$

para $x = 3.9$, com precisão de 3 dígitos significativos.

12. Dados os números $x = 7237$, $y = 0.2145 \times 10^{-3}$ e $z = 2.585$. Efetue as seguintes operações no sistema de aritmética de pontos flutuantes $F(10, 4, -10, 10)$.

- a) $x + y + z$ b) $x - y - z$ c) x/y
 d) $(x \cdot y)/z$ e) $x \cdot (y/z)$

13. Considere o sistema $F(10, 3, -5, 5)$. Efetue as operações indicadas. Quais conclusões podemos tirar sobre propriedades desse sistema?

i-) $(1.386 - 0.987) + 7.6485$ e $1.386 - (0.987 - 7.6485)$,

ii-) $\frac{1.338 - 2.038}{4.577}$ e $\frac{1.338}{4.577} - \frac{2.038}{4.577}$

14. Calcule $f(x) = \cos(x) - \ln(x^2 - \cos(x))$ para $x = 1/3$, no sistema $F(10, 4, -40, 40)$.

15. Considere dois números quase iguais, $p = 9890,9$ e $q = 9887,1$. Use a representação decimal em ponto flutuante (notação científica) com três algarismos significativos na mantissa para calcular a diferença desses dois números, $(p - q)$.

16. O resultado da operação wz/t pode ser obtido de várias maneiras, bastando modificar a ordem em que os cálculos são efetuados. Para determinados valores de w, z e t , uma sequência de cálculos pode ser melhor que outra. Faça uma análise para o caso em que $w = 100$, $z = 3500$ e $t = 7$. Use o sistema de representação de números definido por: $\beta = 10$, $t = 4$, $m = -5$ e $M = 5$.

17. Calcule

$$\sqrt{701} - \sqrt{700}$$

usando seis algarismos significativos em todas as operações. O resultado que você obteve possui seis algarismos significativos corretos? Você saberia obter resultado mais preciso?

18. Calcule as raízes da equação

$$x^2 - 60x + 1 = 0$$

usando quatro algarismos significativos em todas as operações. O resultado das raízes que você obteve possui quatro algarismos significativos corretos? Você saberia obter resultado mais preciso?

19. Considere a integral com $a = 10$.

$$y_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+a} dx, n = 0, 1, \dots, 10.$$

- Calcule y_0 usando a integral.
- Mostre que uma relação de recorrência para y_n é dada por: $y_n = \frac{1}{n} - ay_{n-1}$.
- Calcule y_n , $n = 1, 2, 3, \dots, 10$ usando a relação de recorrência. Os valores obtidos são confiáveis?

20. Considere agora a relação de recorrência do exercício anterior escrita na forma:

$$y_{n-1} = \frac{1}{a} - \left(\frac{1}{n} - y_n \right).$$

Considere ainda que $y_{10} = 0$. Usando este dado e a relação acima obtenha os valores de y_9, y_8, \dots, y_1 . Os resultados agora são melhores? Como você explica isso?