

2ª Lista de Exercícios de Cálculo Numérico
Profª. Vanessa Rolnik

1. Dadas as funções

a) $f(x) = 4 \cos(x) - e^{2x}$;

b) $g(x) = 2^x - 3x$

pesquise a existência de zeros reais e isole-os em intervalos.

2. Justifique que a função

$$h(x) = \cos\left(\frac{\pi(x+1)}{8}\right) + 0.148x - 0.9062$$

possui um zero no intervalo $(-1, 0)$ e outro no intervalo $(0, 1)$.

3. Aplique o método da bissecção nas funções dos exercícios 1) e 2) até que o erro absoluto seja inferior a 0.1.

4. Quantos passos do método da bissecção são necessários para calcular a raiz positiva de $x^2 - 7 = 0$ com $\epsilon < 10^{-2}$, partindo do intervalo inicial $[2, 3]$? Faça 3 passos do método.

5. Considere a equação $2x^2 - 5x + 2 = 0$ cujas raízes são $x_1 = 0.5$ e $x_2 = 2.0$. Considere ainda os processos

$$(I) \ x_{k+1} = \frac{2x_k^2 + 2}{5} \quad \text{e} \quad (II) \ x_{k+1} = \sqrt{\frac{5x_k}{2} - 1}.$$

Qual dos dois processos você utilizaria para obter a raiz x_1 ? Por que?

6. A equação $e^x - 3x^2 = 0$ tem três raízes. Um método iterativo pode ser definido usando a preparação óbvia da equação:

$$x = \pm \sqrt{\frac{e^x}{3}}.$$

a) Verificar que começando com $x_0 = 0$ haverá convergência para a raiz próxima de -0.5 , se o valor negativo for usado e que haverá convergência para a raiz próxima de 1.0 , se o valor positivo for usado.

b) Mostrar que a forma acima não converge para a terceira raiz próxima de 4.0 , qualquer que seja a aproximação inicial próxima da raiz.

7. Para determinar a raiz quadrada de um número $c \geq 0$, basta resolver a equação $x^2 - c = 0$. É possível determinar sua raiz quadrada utilizando a função de iteração $\varphi(x) = c/x$? Justifique a resposta.

8. Usando o método de Newton, determine com erro relativo inferior a 10^{-4} ou até 3 iterações, a raiz real da equação:

$$(x - 5)^3 + \cos(x) + 2 = 0.$$

9. Usando o método de Newton determine t (real), com erro relativo inferior a 10^{-2} , tal que a matriz A abaixo seja singular (determinante nulo).

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 & t \\ 0.4 & t & 0.5 \\ t & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$$

10. Sobre o Método das Secantes,

a) faça a interpretação gráfica;

b) quais as vantagens e desvantagens deste método em relação ao de Newton?

11. Queremos determinar a menor raiz positiva da equação

$$4 \cos(x) - e^x = 0.$$

Para isso, faça 4 iterações do método de Newton e 4 iterações do Método das Secantes, calculando os erros absolutos estimados.

12. Encontre uma aproximação para $\sqrt[3]{7}$ (com erro inferior a 10^{-4}) utilizando:

a) o método de Newton.

b) o método das Secantes.