

Processamento e Recuperação de Imagens Médicas

Tomografia

Retro-projeção e transformada de Radon

Prof. Luiz Otavio Murta Jr.

Informática Biomédica

Depto. de Computação e Matemática (FFCLRP/USP)

Tomografia

Tomografia é feita em 2 passos:

1º passo = aquisição de dados (armazena projeções)

O resultado é um conjunto de projeções angulares.

O conjunto de projeções de uma única fatia é chamada de ***sinograma***.

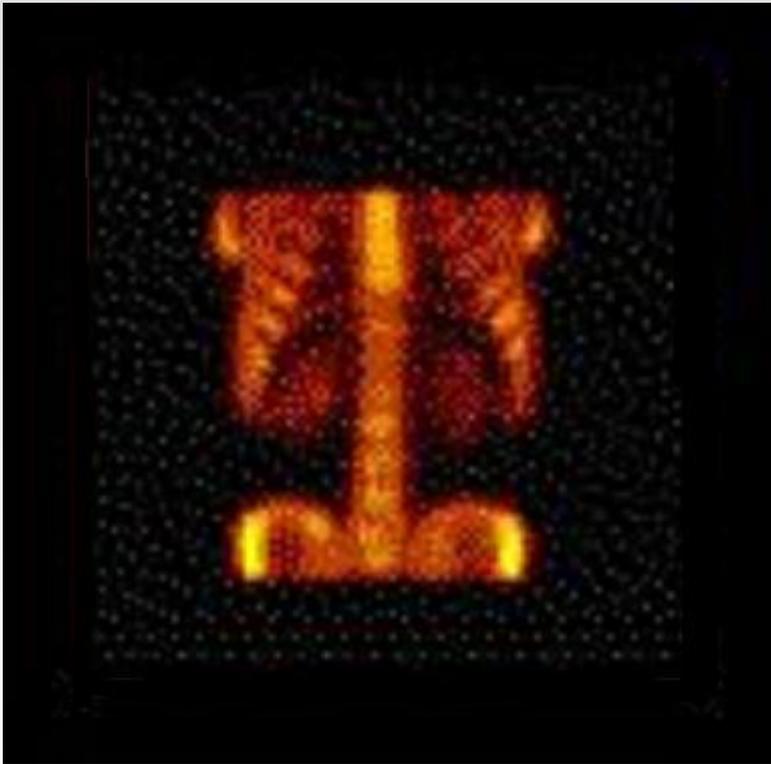
2º passo = reconstrução de imagens a partir das projeções

Existem 2 grupos de métodos reconstrução :

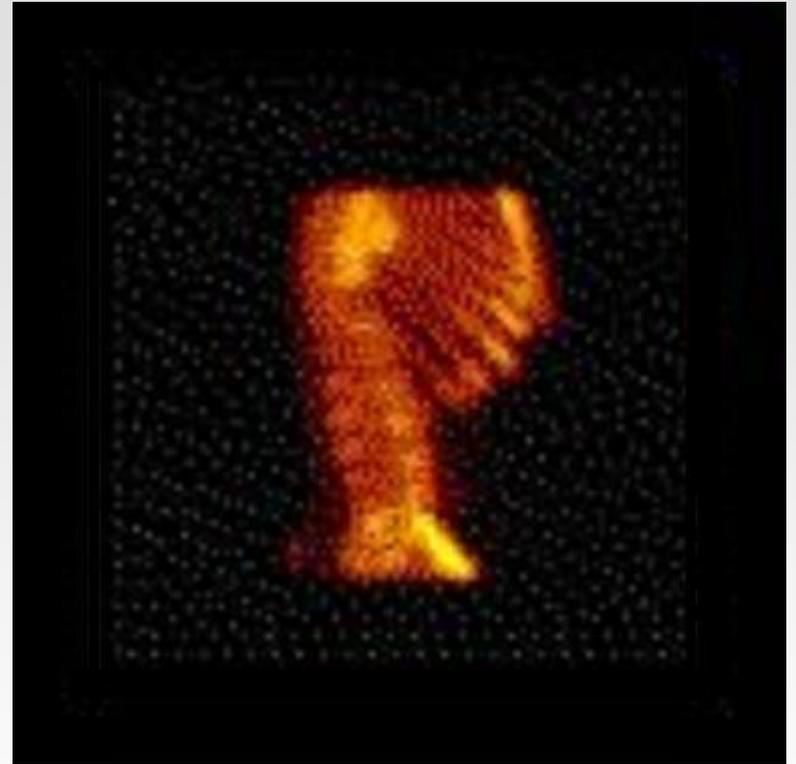
analíticos (e.g. FBP = retro-projeção filtrada) e

iterativos (e.g. ART = técnicas reconstrução algébrica).

Tomografia



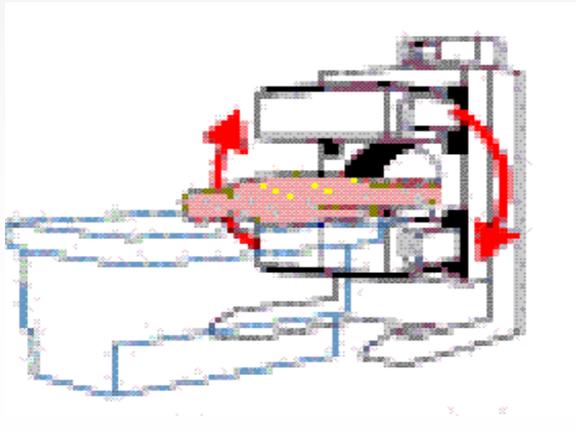
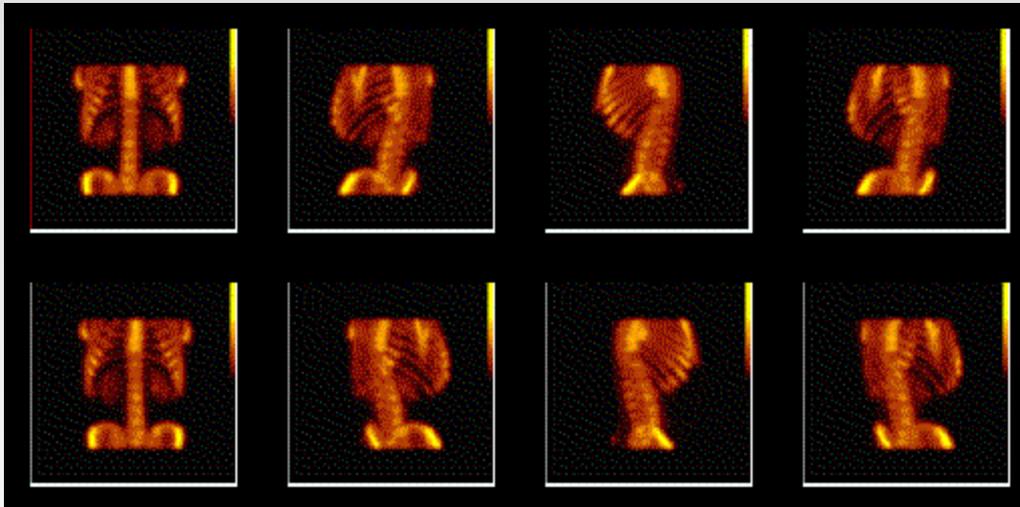
vista anterior



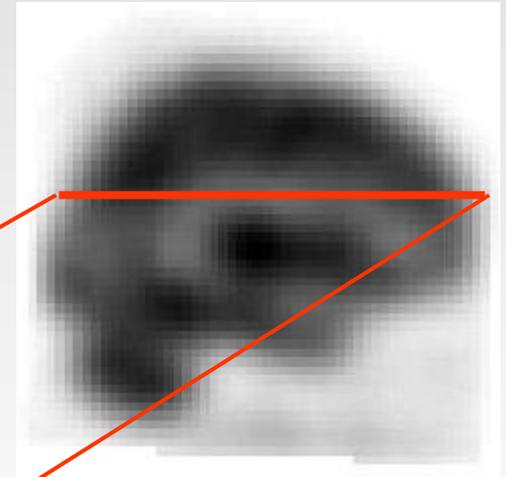
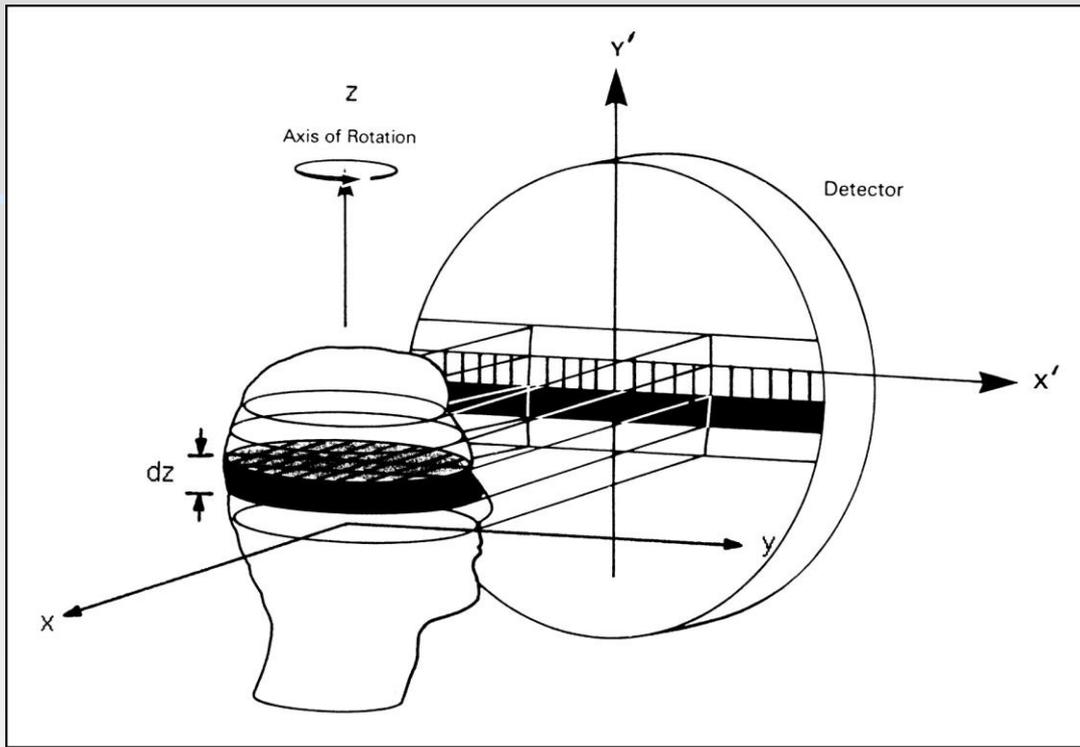
vista lateral

Tomografia

1º passo em tomografia = armazenando projeções

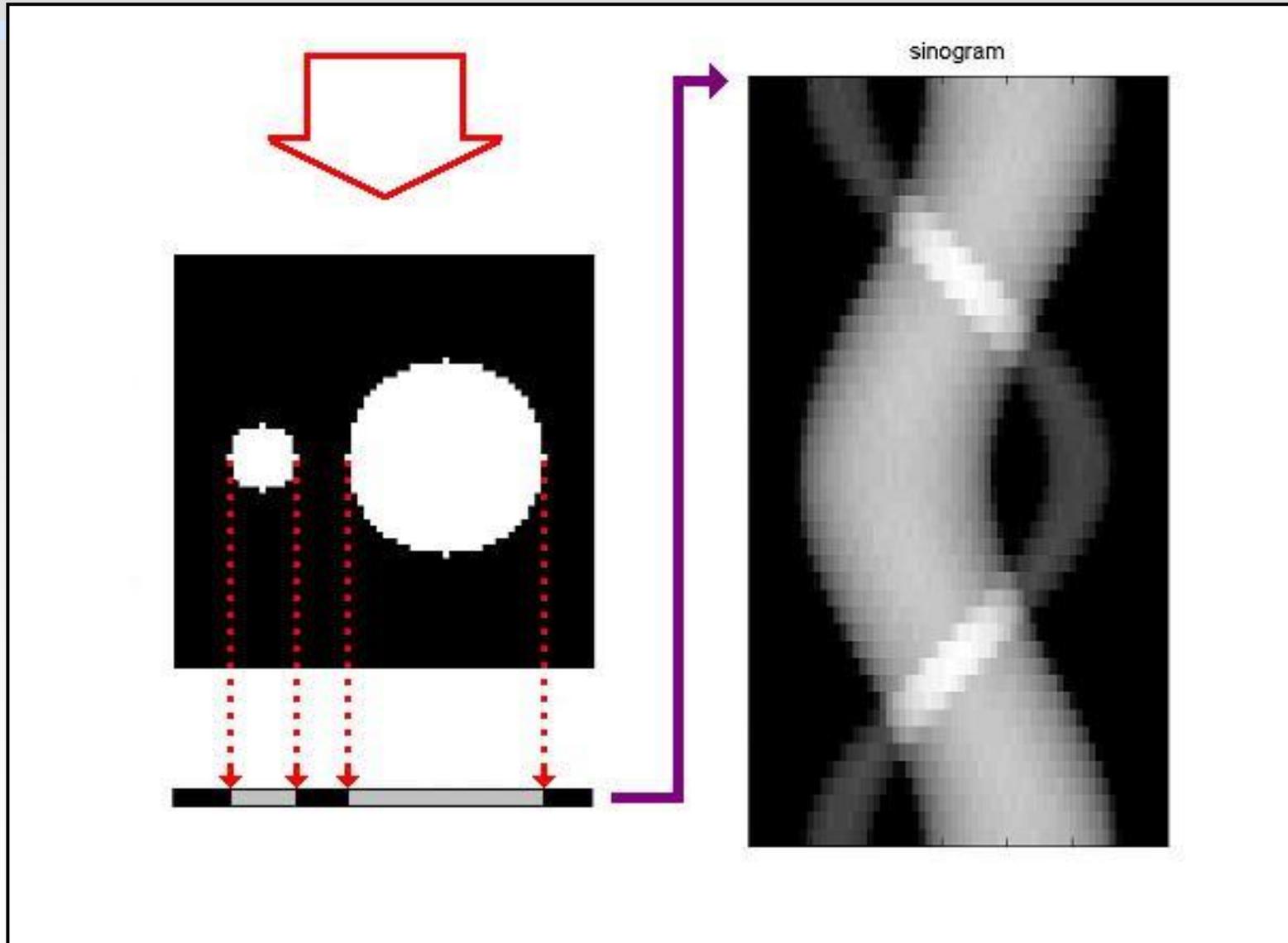


Tomografia



Groch MW, Erwin WD. J Nucl Med Technol 2000;28:233-244.

Sinograma = coleção de projeções de uma única fatia

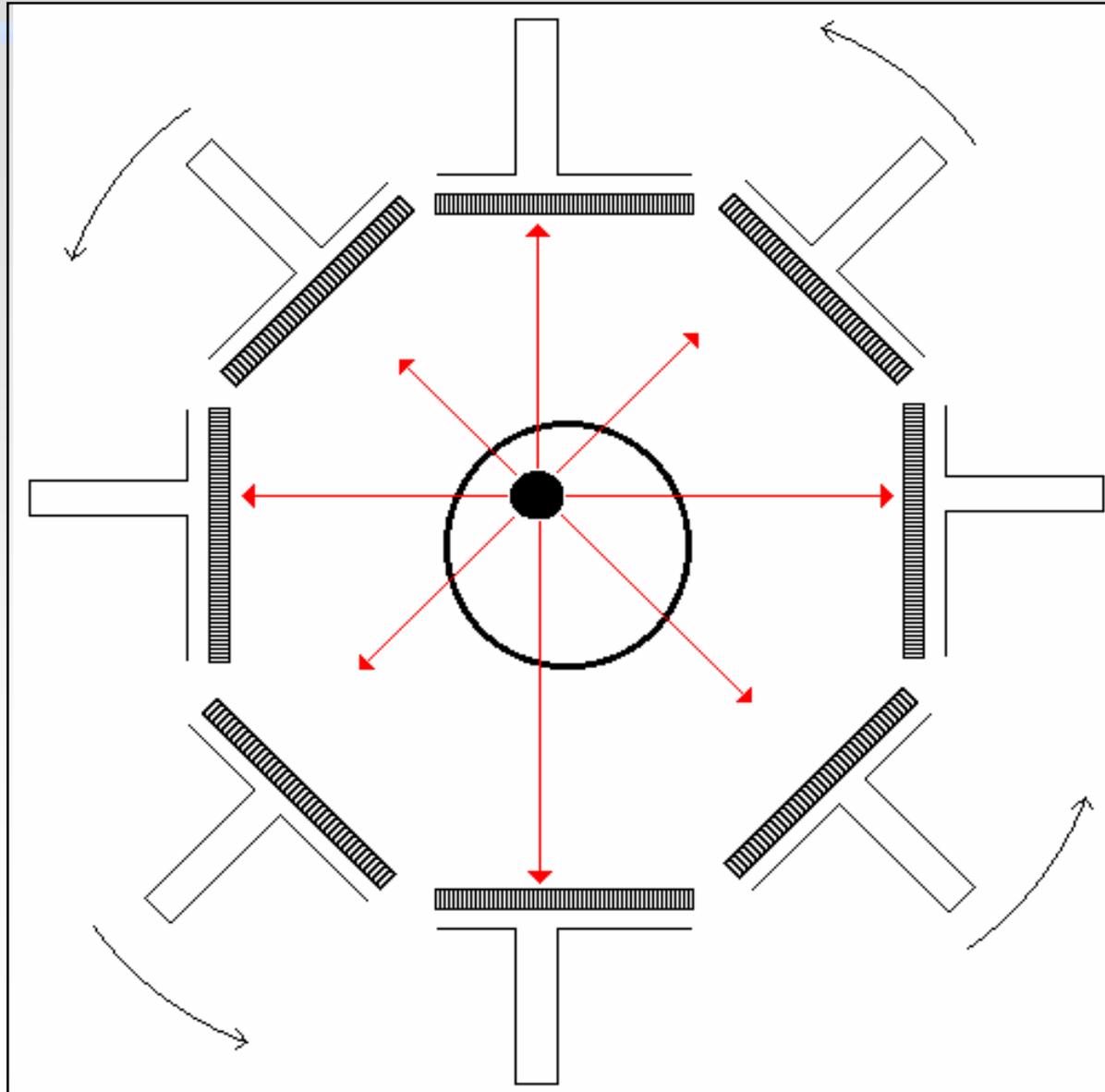


2º passo em tomografia = reconstrução a partir das projeções

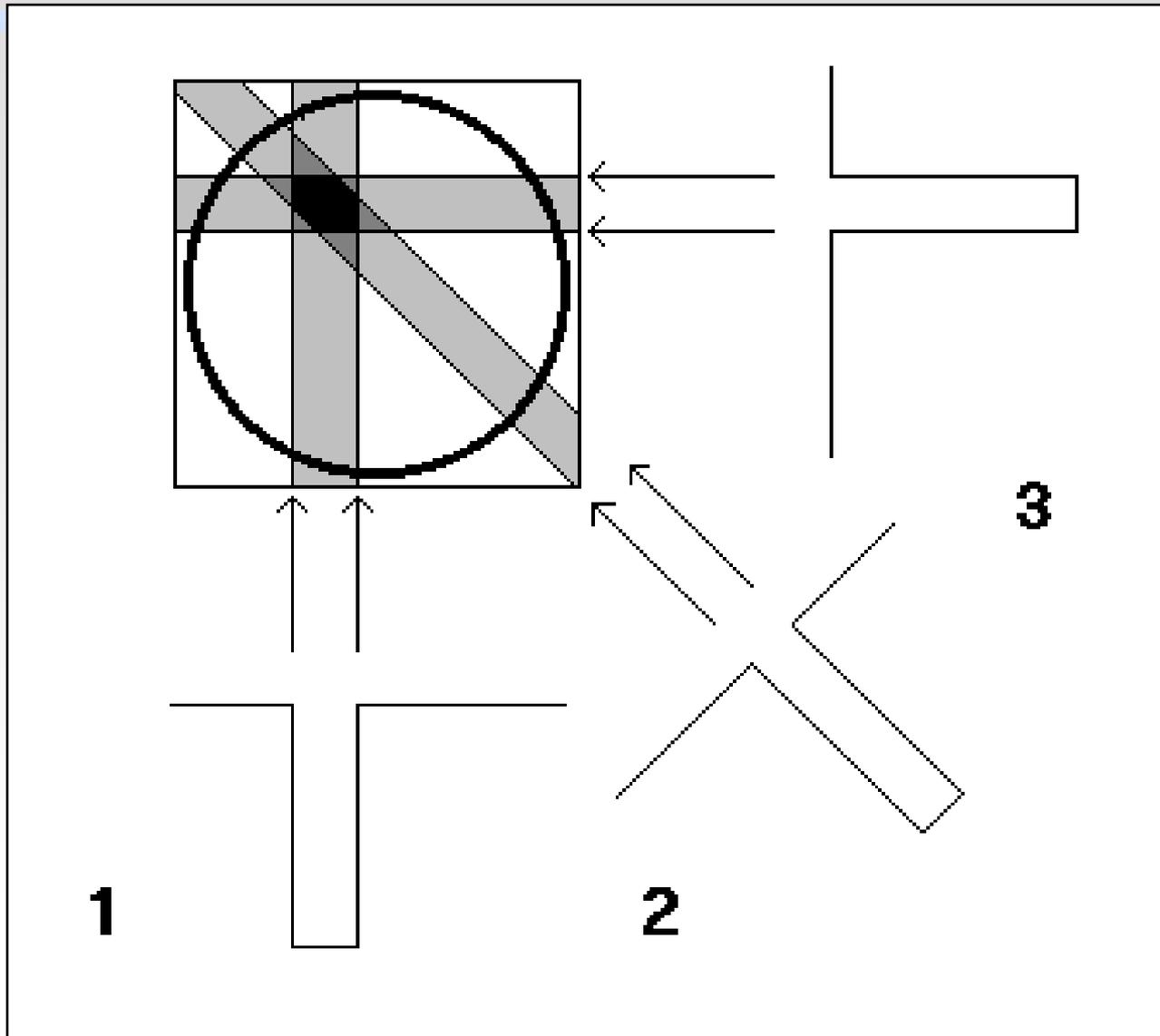
Métodos de reconstrução analítica (e.g. algoritmo de retroprojeção filtrada) são eficientes (rápidos) e elegantes, mas eles são incapazes de lidar com fatores complicados como espalhamento. Retroprojeção filtrada tem sido usada para reconstrução em CT de raios-x e a maioria das reconstruções SPECT e PET até recentemente.

Algoritmos de reconstrução iterativa, por outro lado, são mais versáteis mas menos eficientes. Eficientes (ou seja - rápidos) algoritmos iterativos estão atualmente em desenvolvimento e implementação. Com a rápida evolução dos computadores em velocidade e memória, algoritmos de reconstrução iterativa serão mais e mais usados em aplicações SPECT e PET possibilitando mais reconstruções quantitativas.

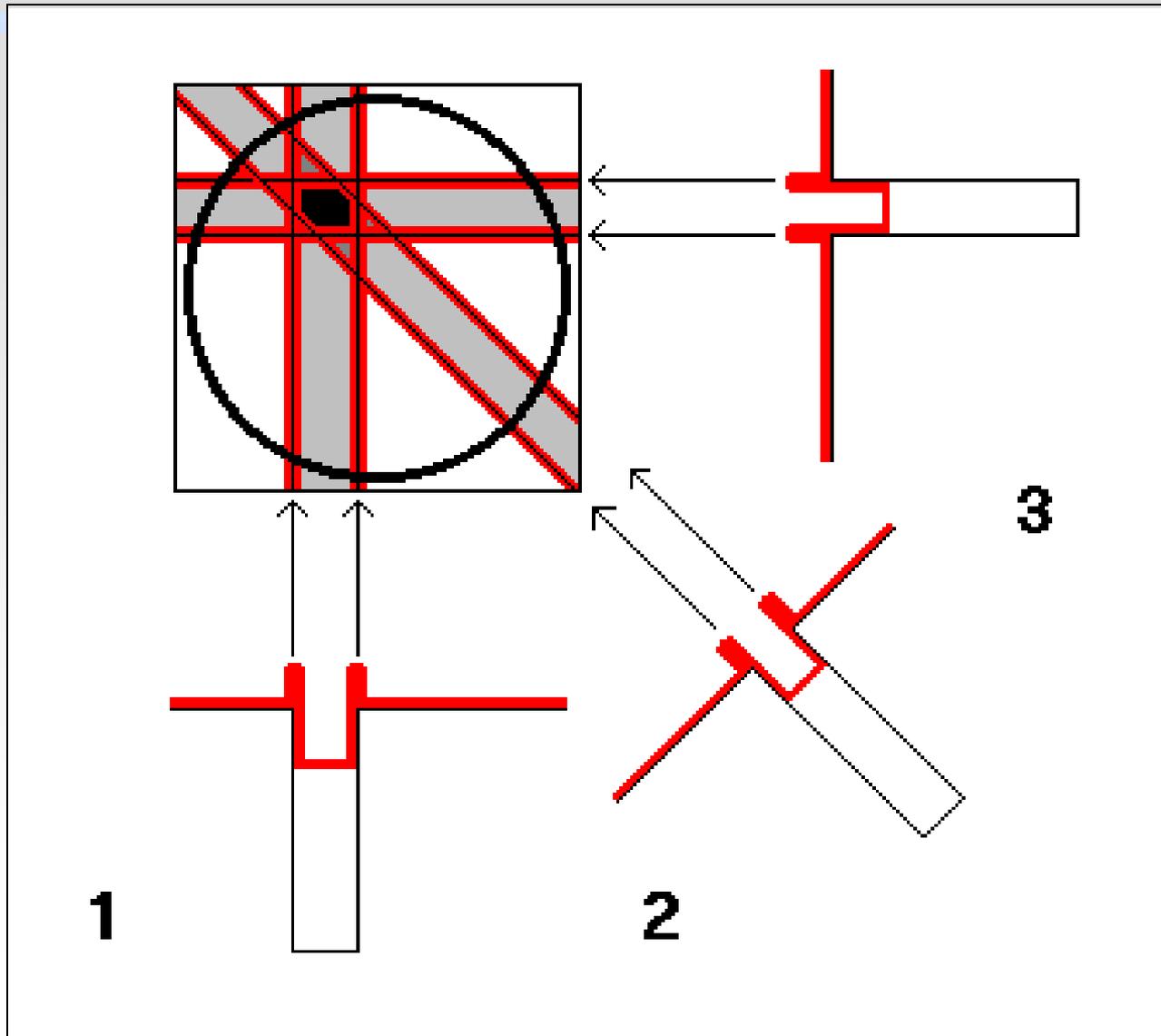
Armazenando projeções de um corte

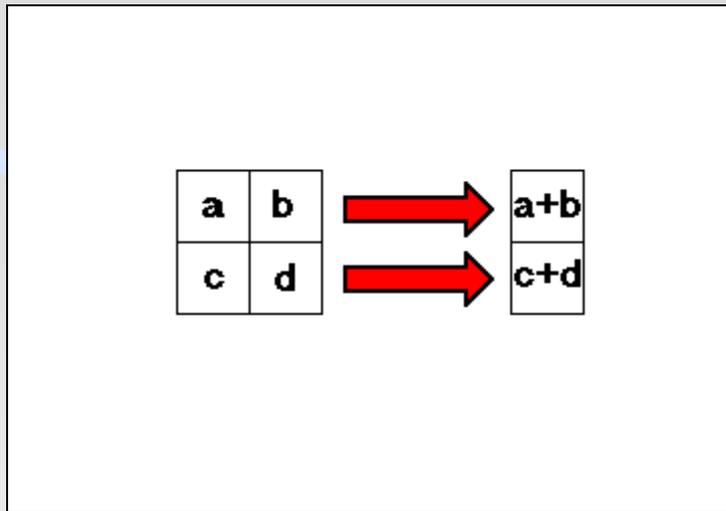


Retro-projeção (“Back projection” BP)

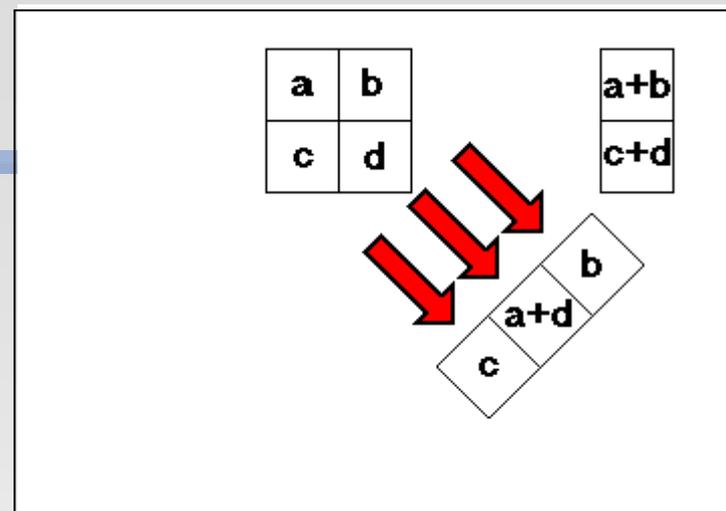


Retro-projeção filtrada (FBP)

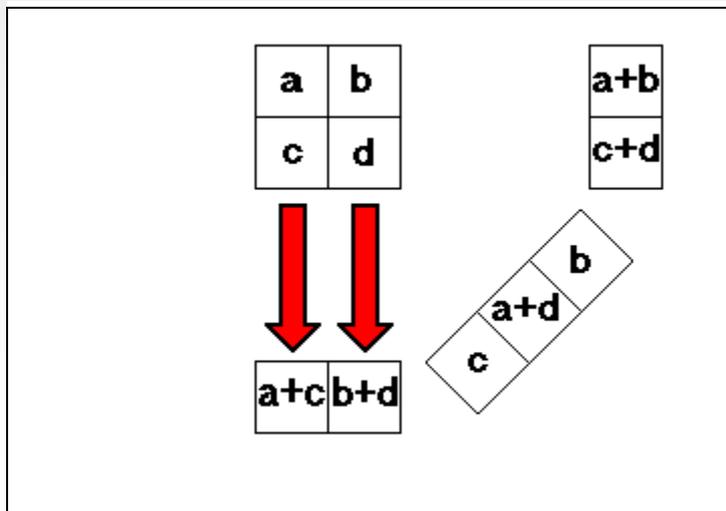




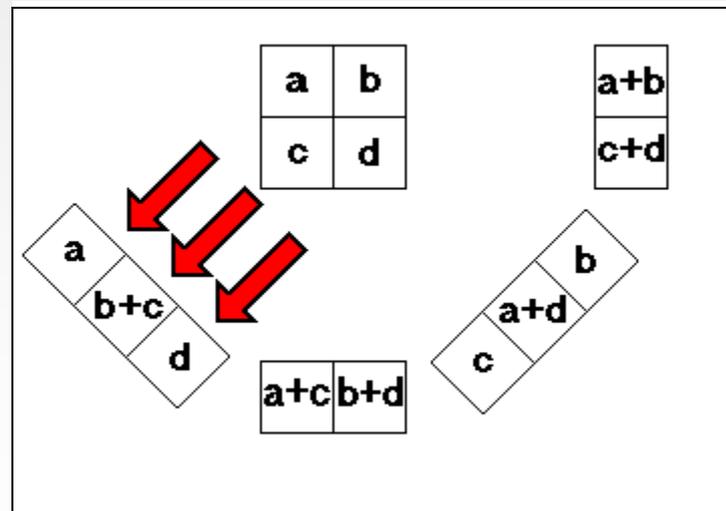
1



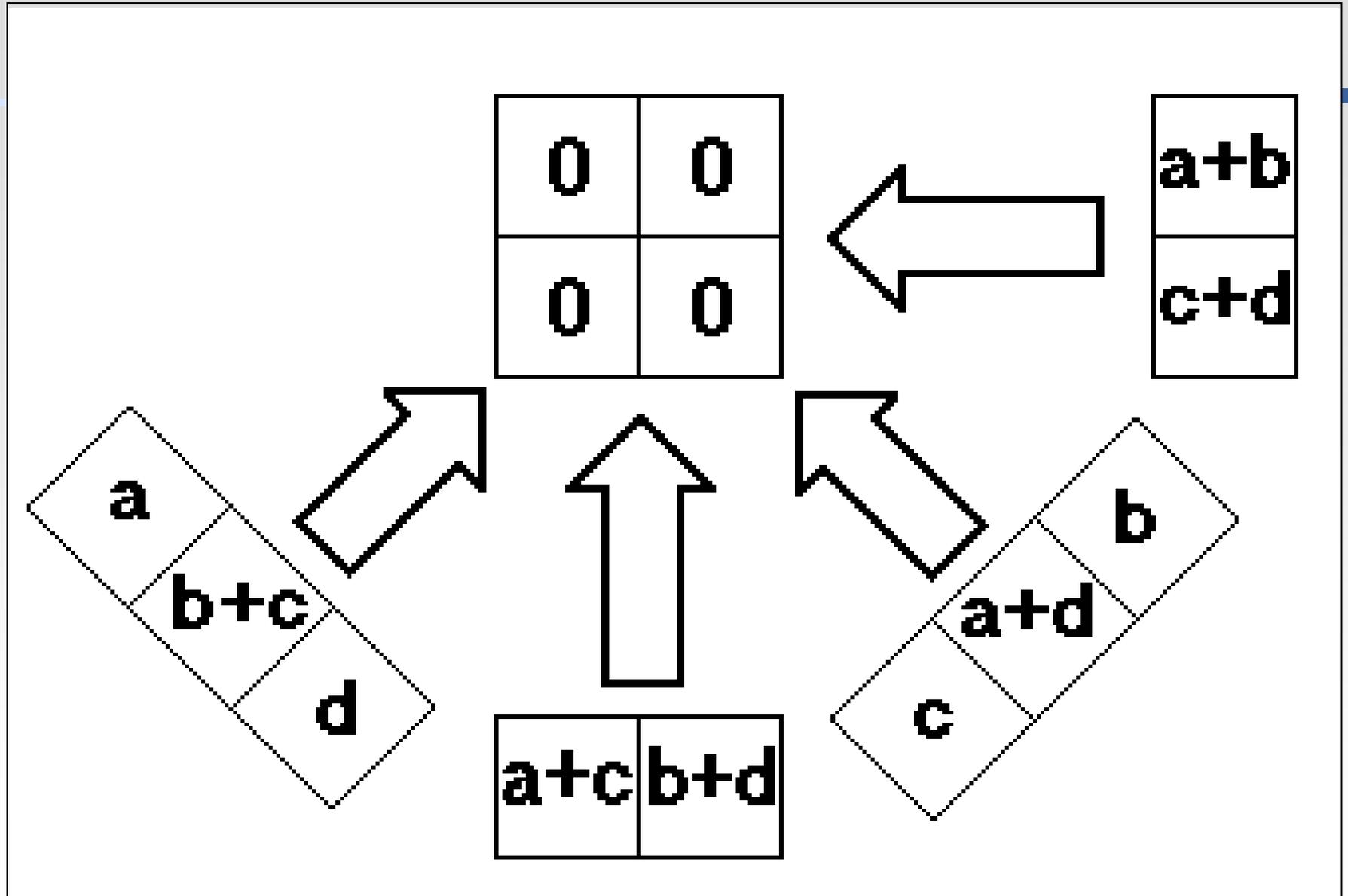
2

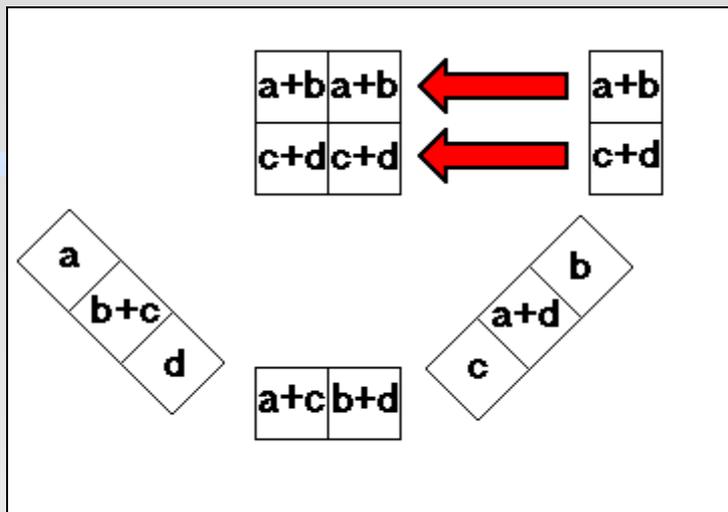


3

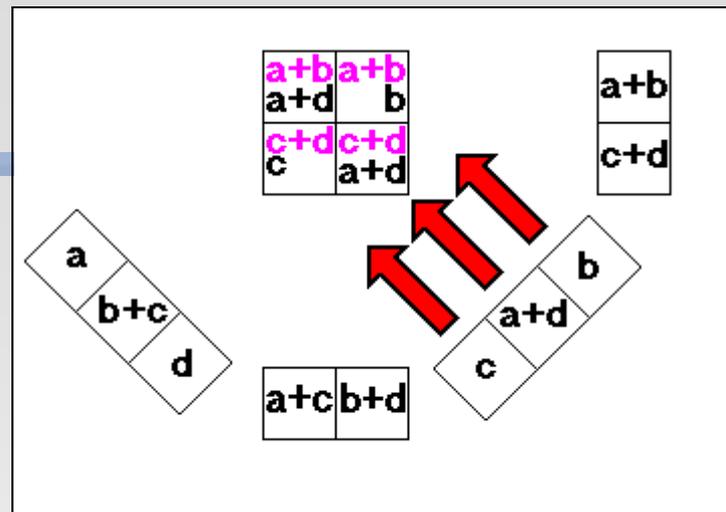


4

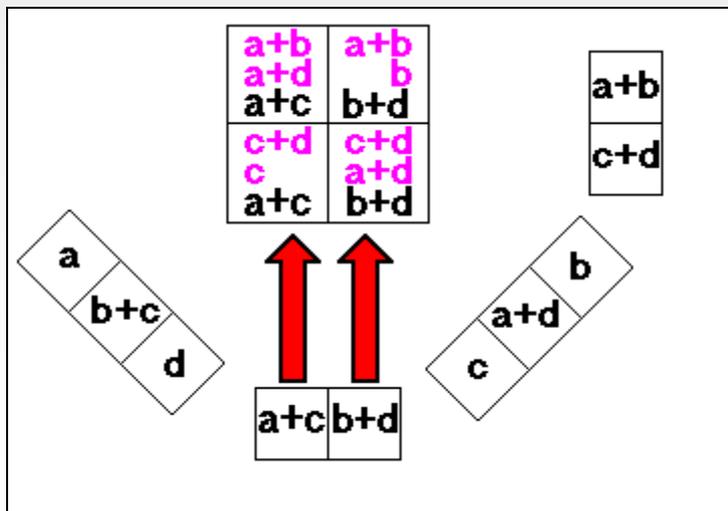




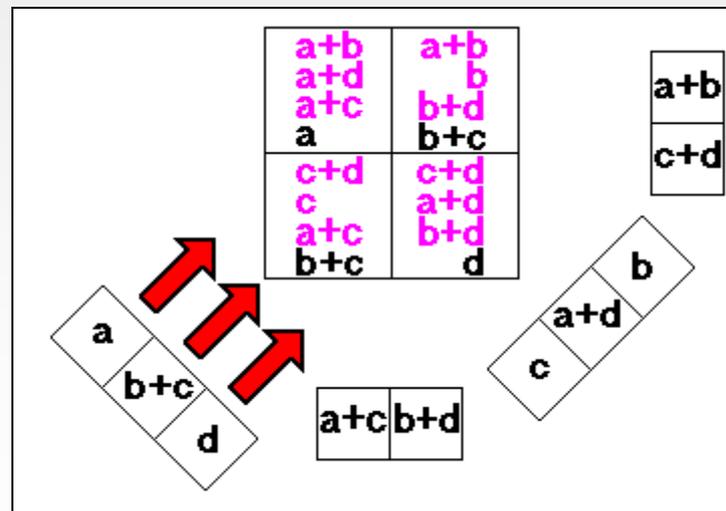
1



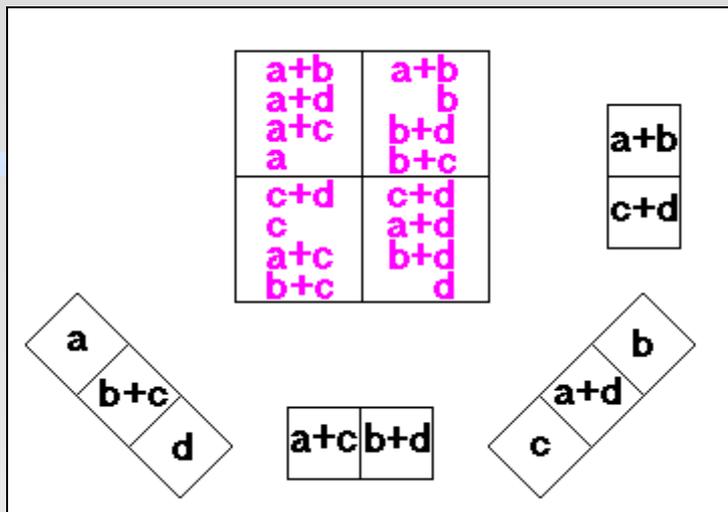
2



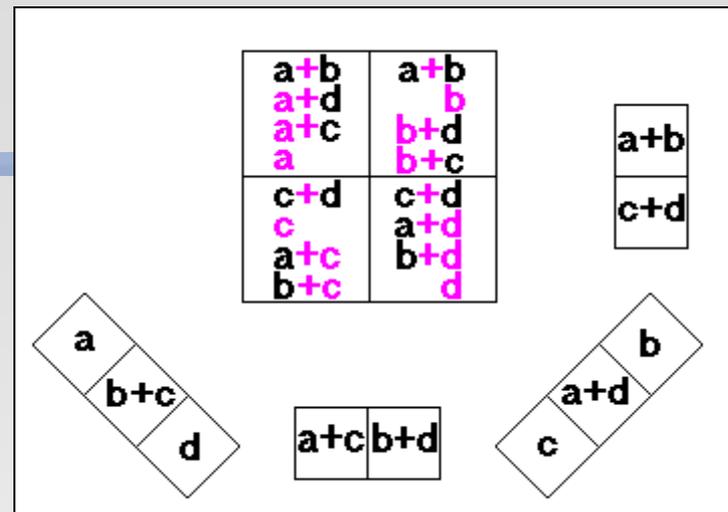
3



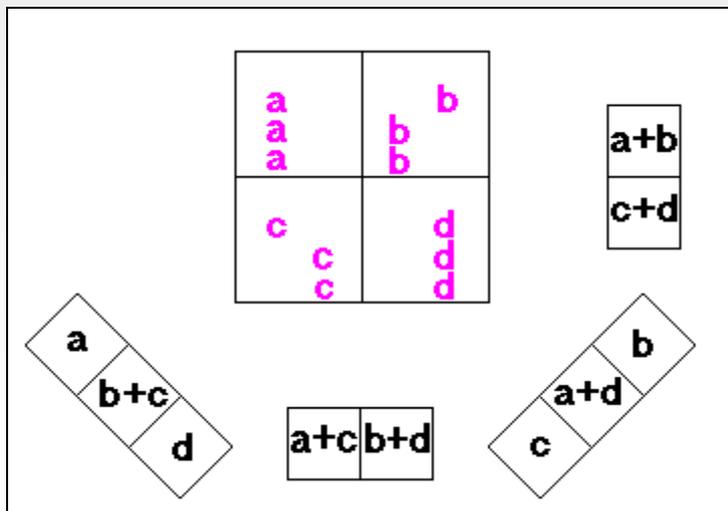
4



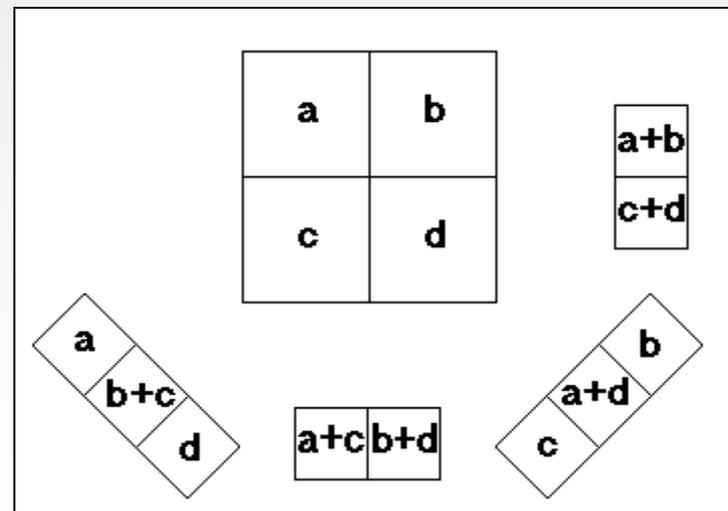
1



2



3



4

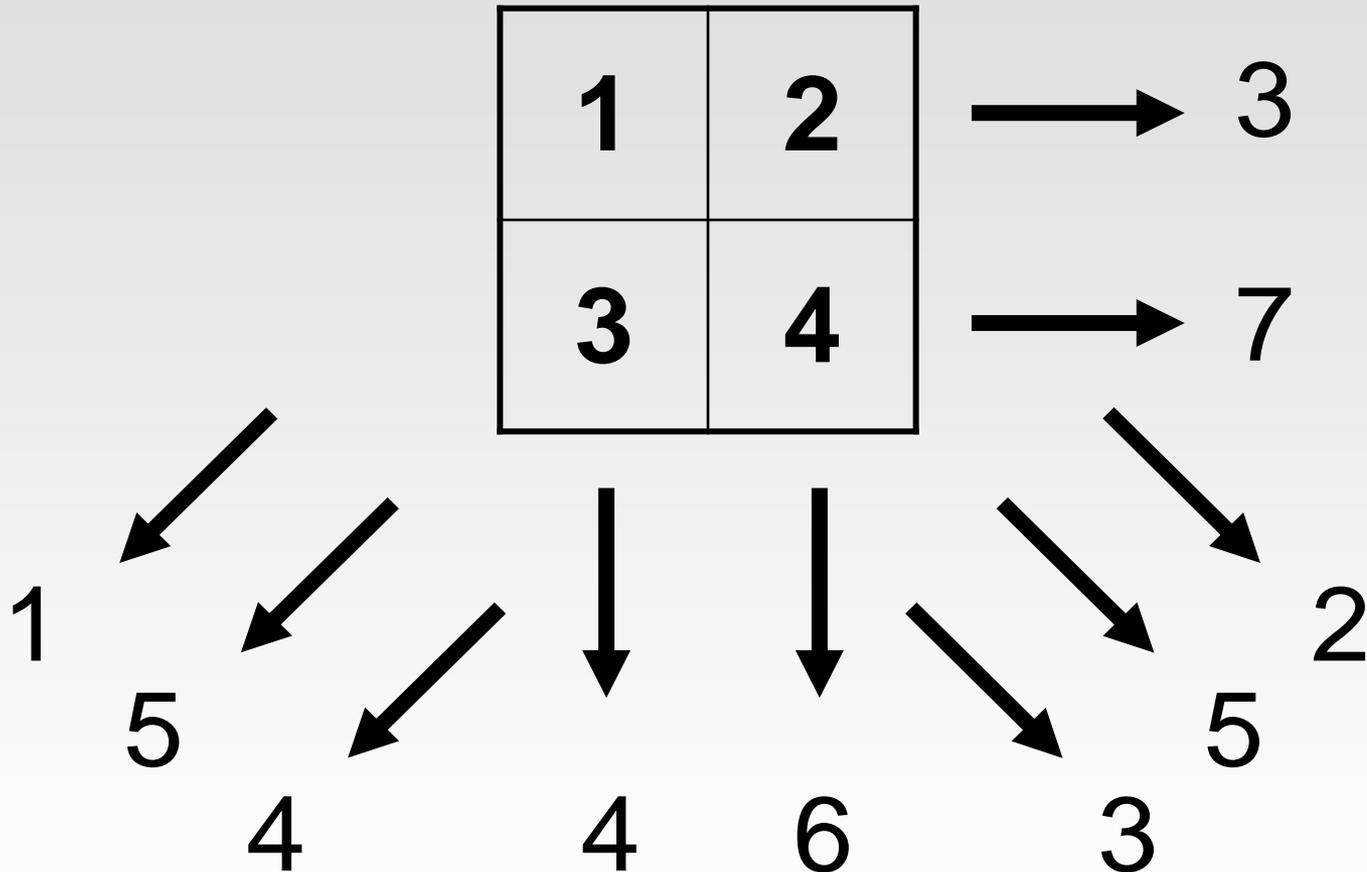
Dualidade de transformações

cortes \leftrightarrow *projeções*

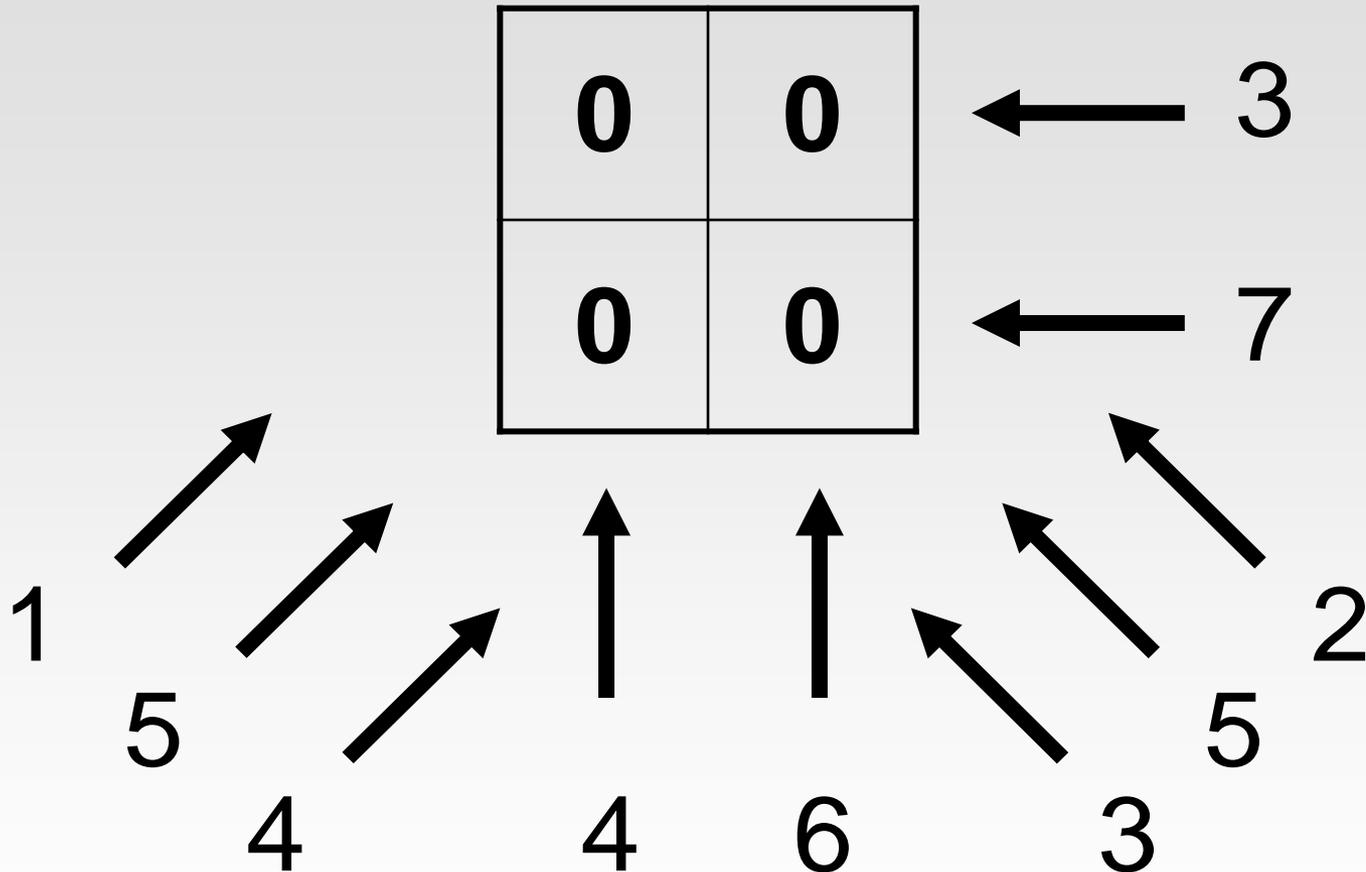
Retro-projeção \leftrightarrow *transform. de Radon*

- **Transformada de Radon**
 - Obtenção das projeções a partir do objeto (cortes)
 - Utilizado em imagens em geral para detecção de linhas
- **Algoritmo de retro-projeção**
 - Obtenção dos cortes (objeto) a partir das projeções
 - Utilizado na reconstrução de imagens tomográficas

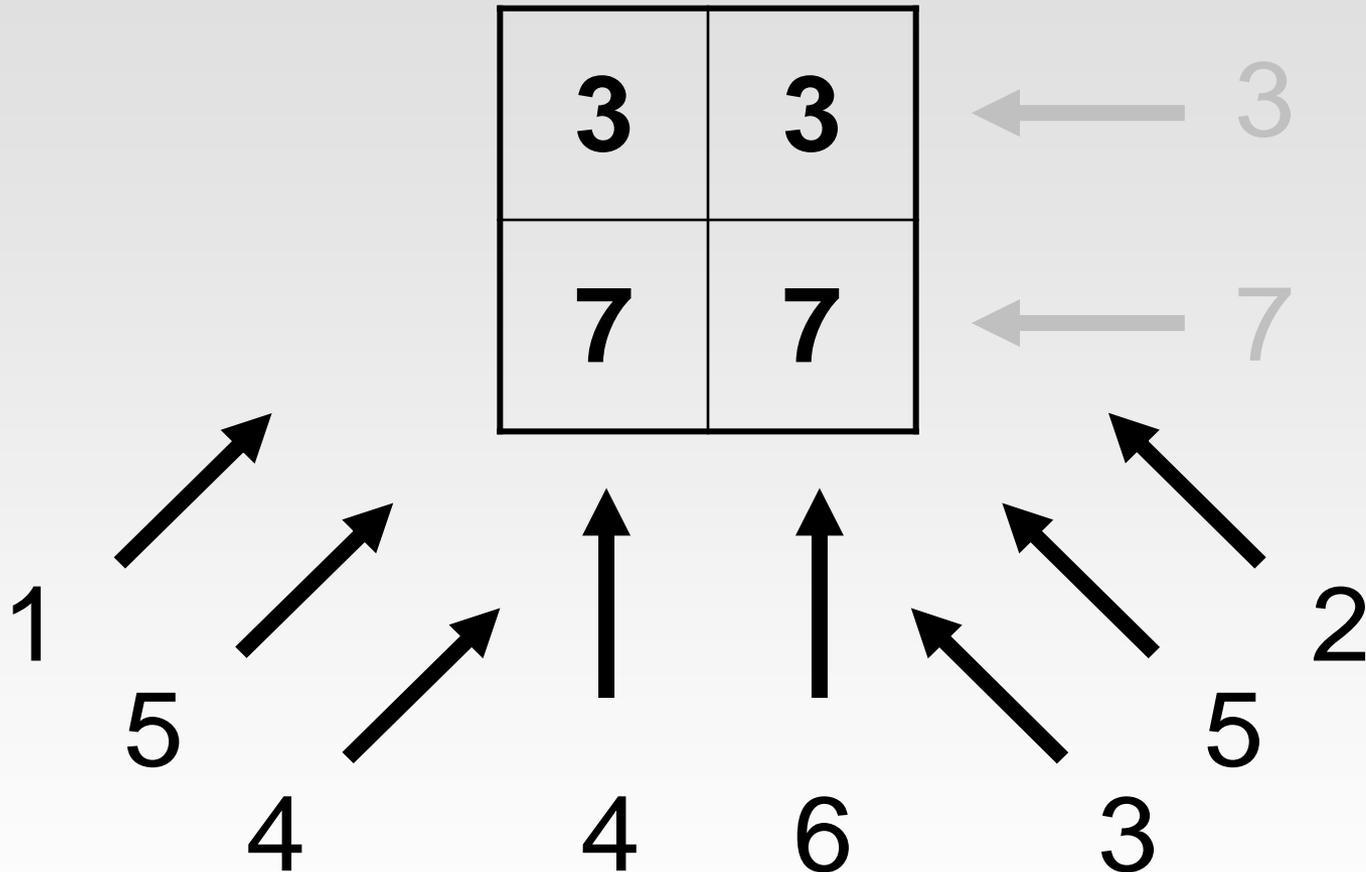
Transformada de Radon



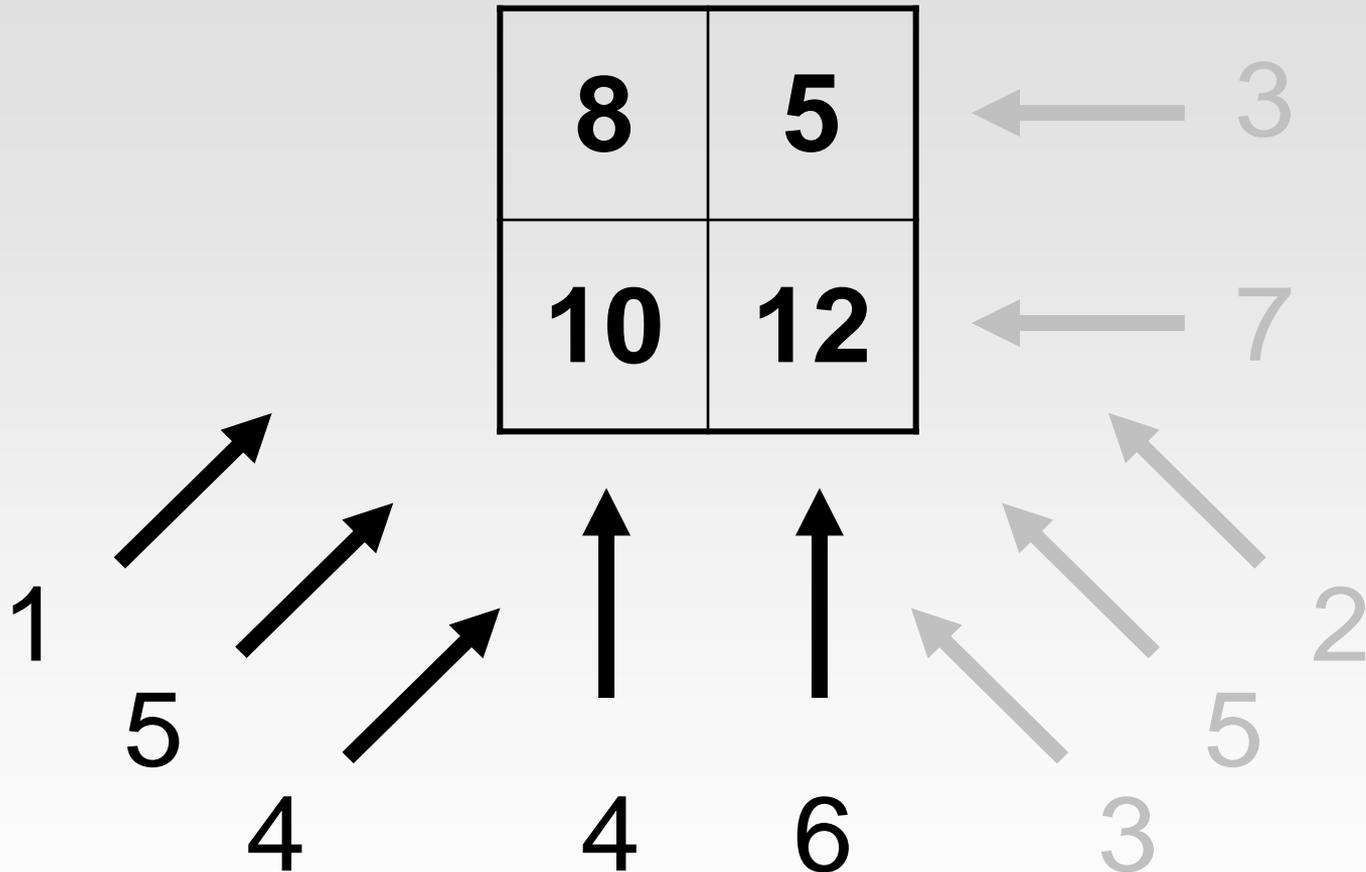
Transformada de Radon



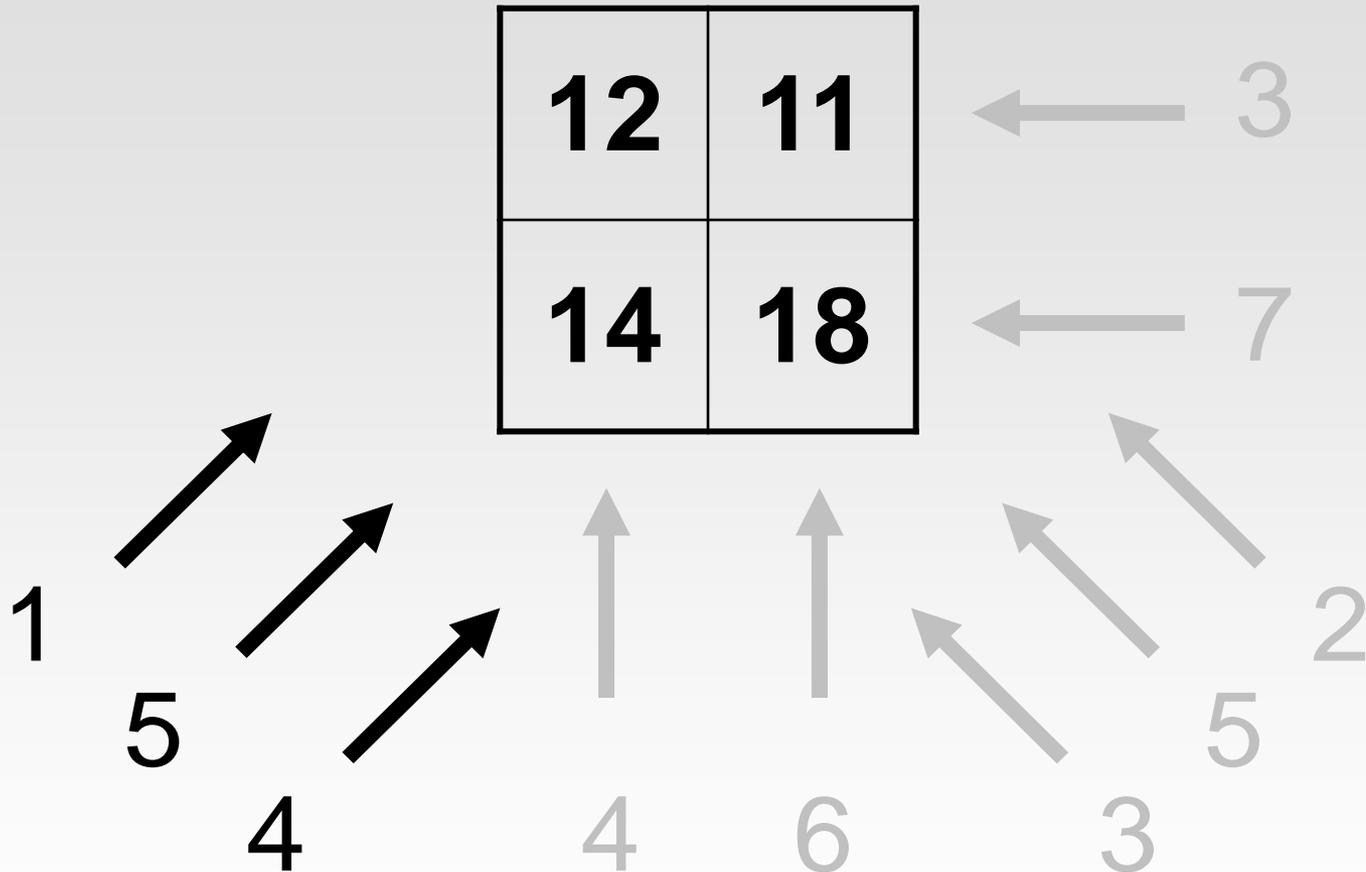
Retro-projeção



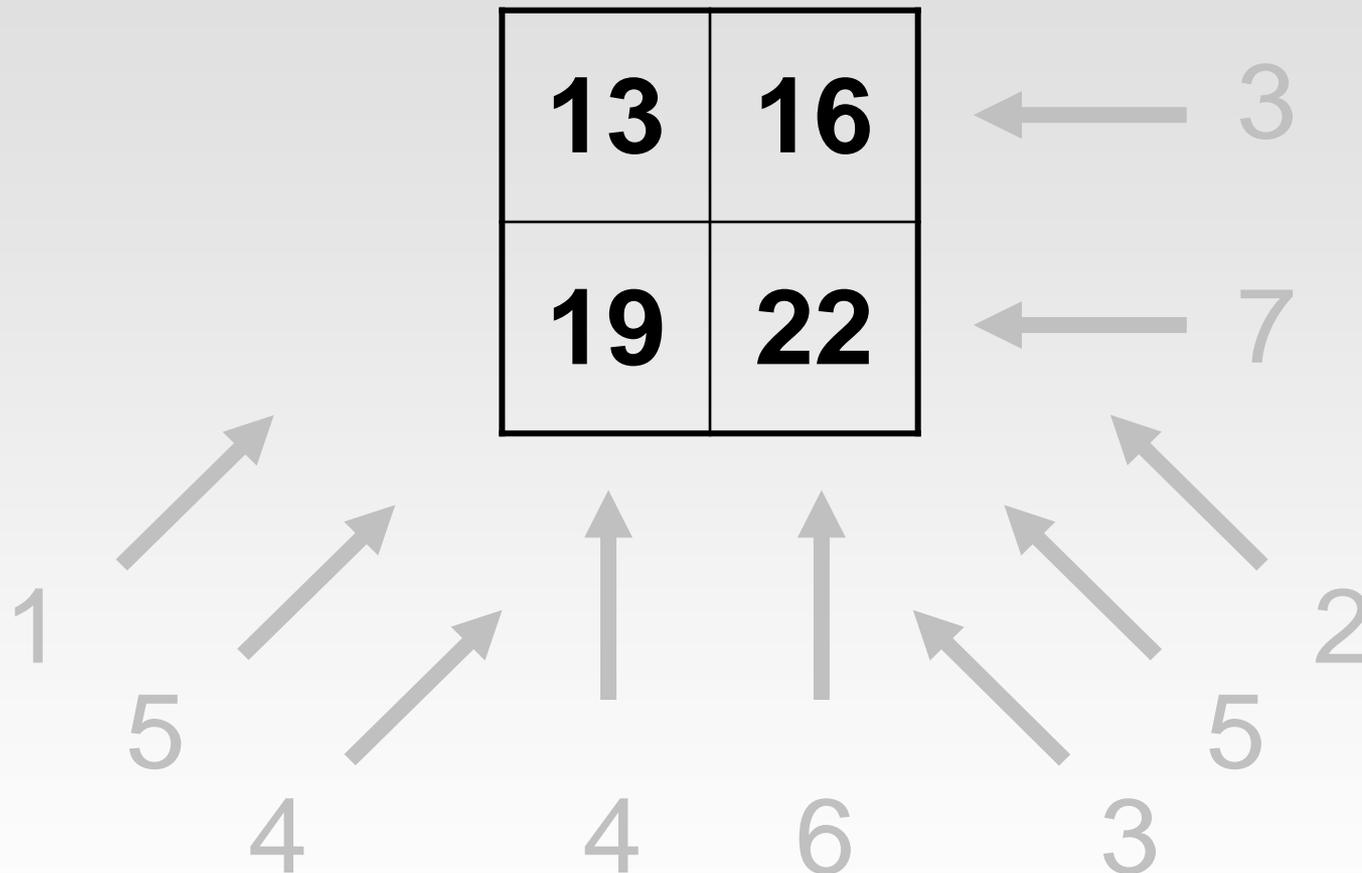
Retro-projeção



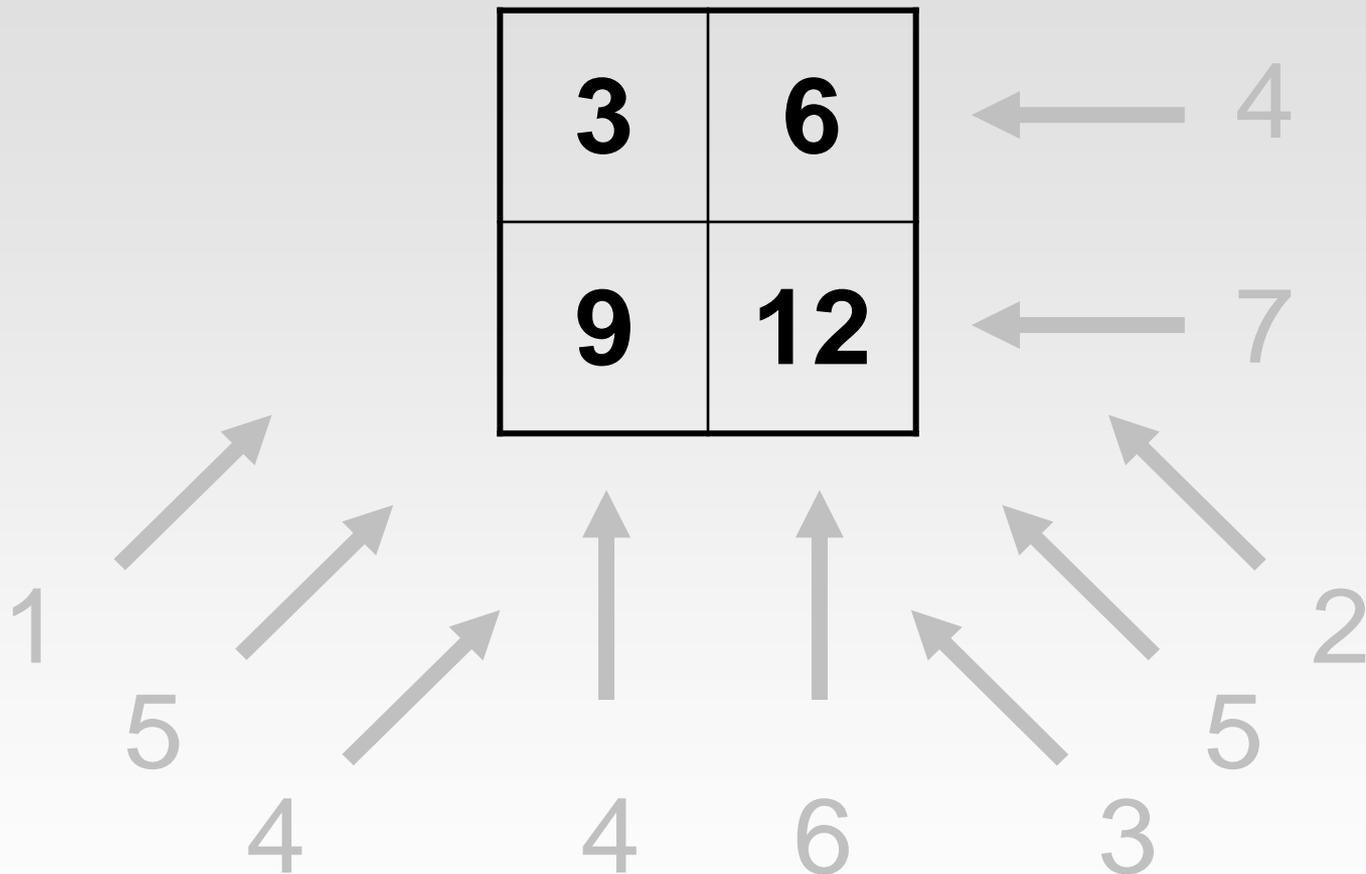
Retro-projeção



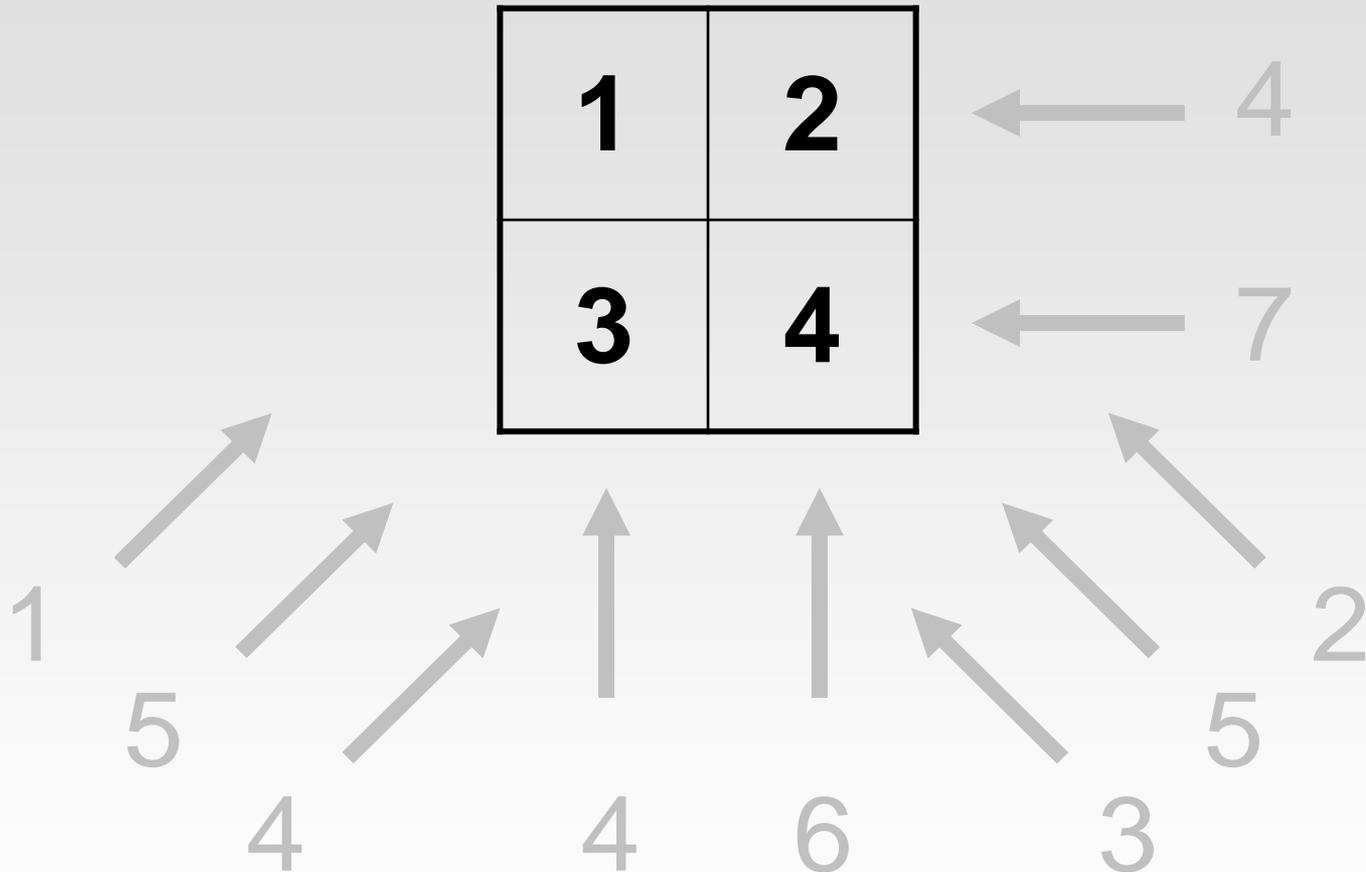
- 10 (subtraia a soma total de cada pixel)



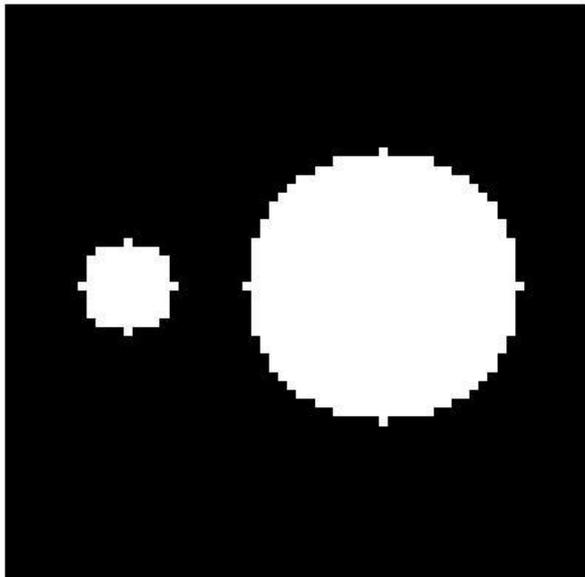
/ 3 (divida cada pixel por 3)



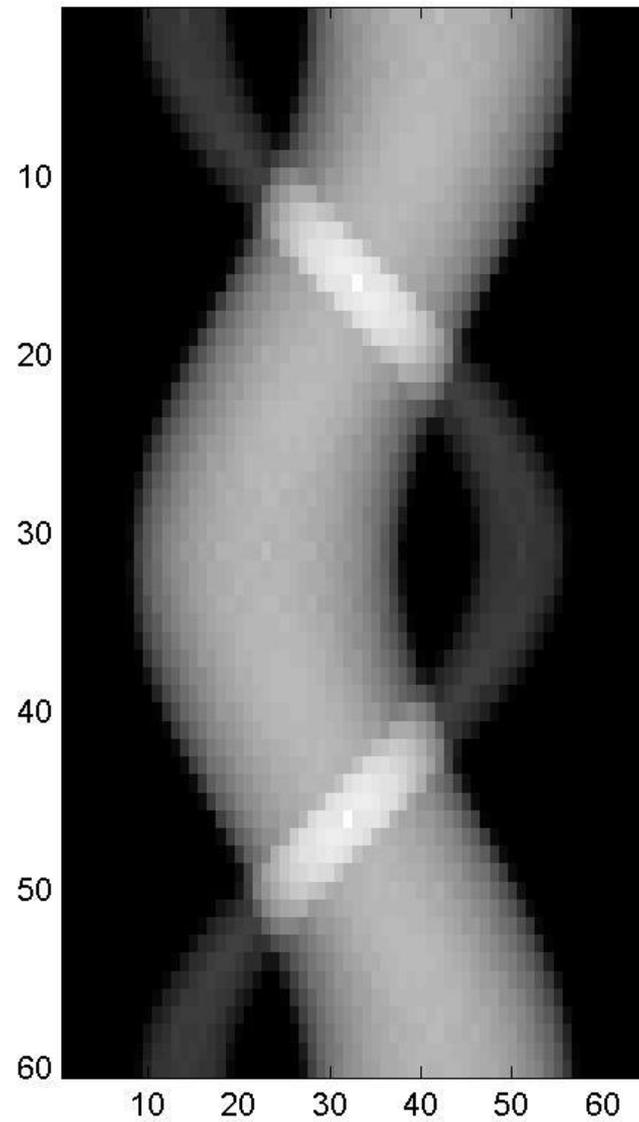
Retro-projeção

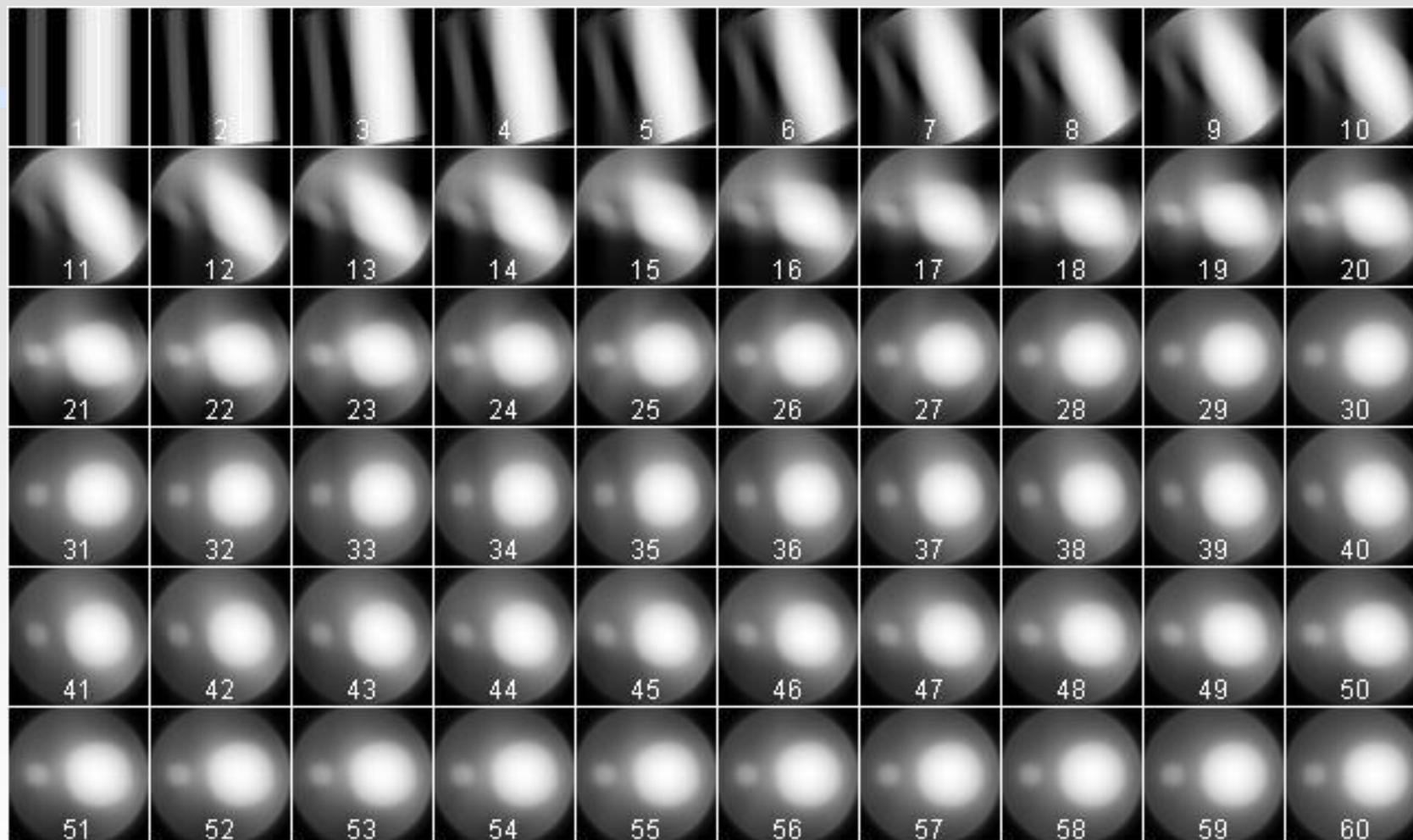


original slice

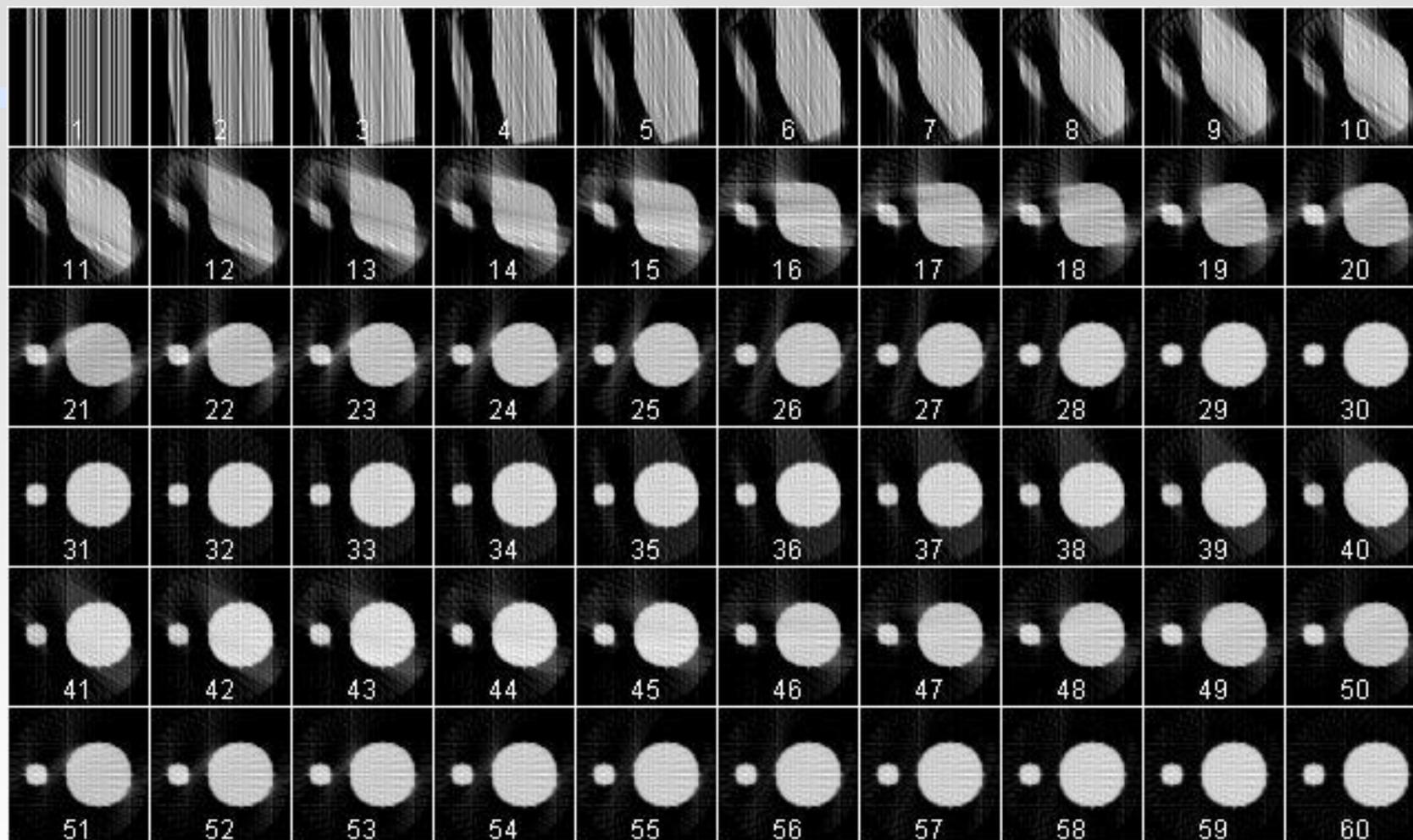


sinogram



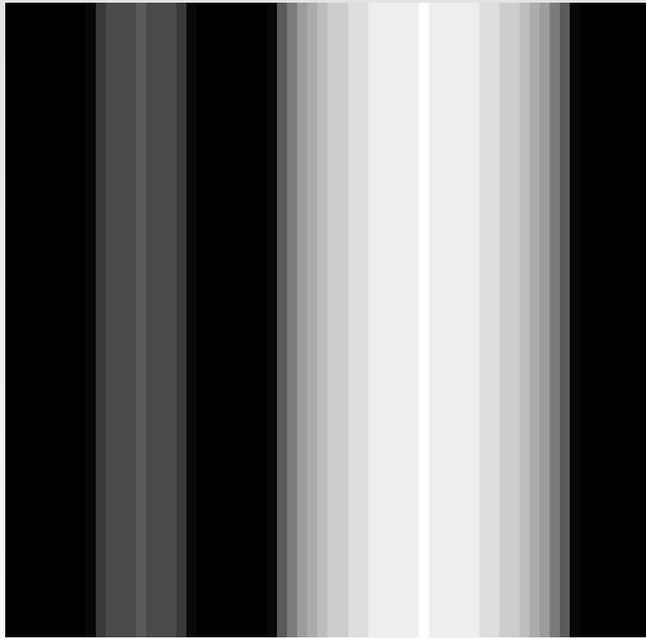


retro projeção (back projection - BP) = soma de projeções

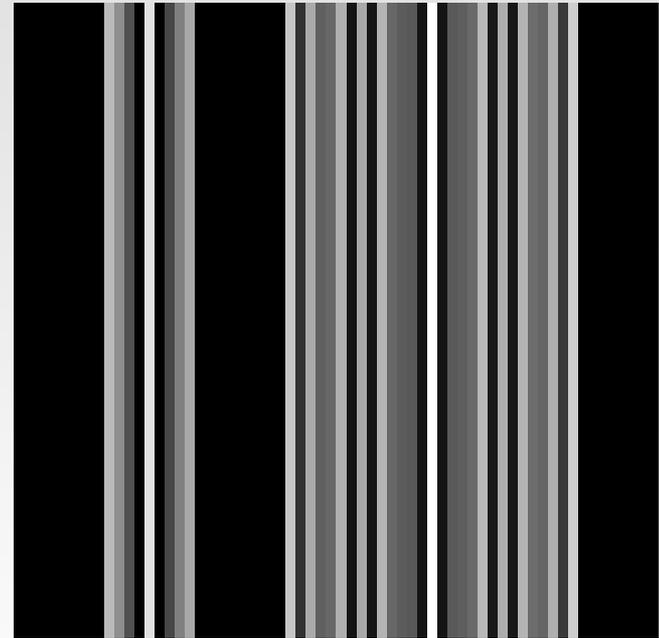


retro-projeção filtrada (FBP)

Seqüência de projeções originais e filtradas

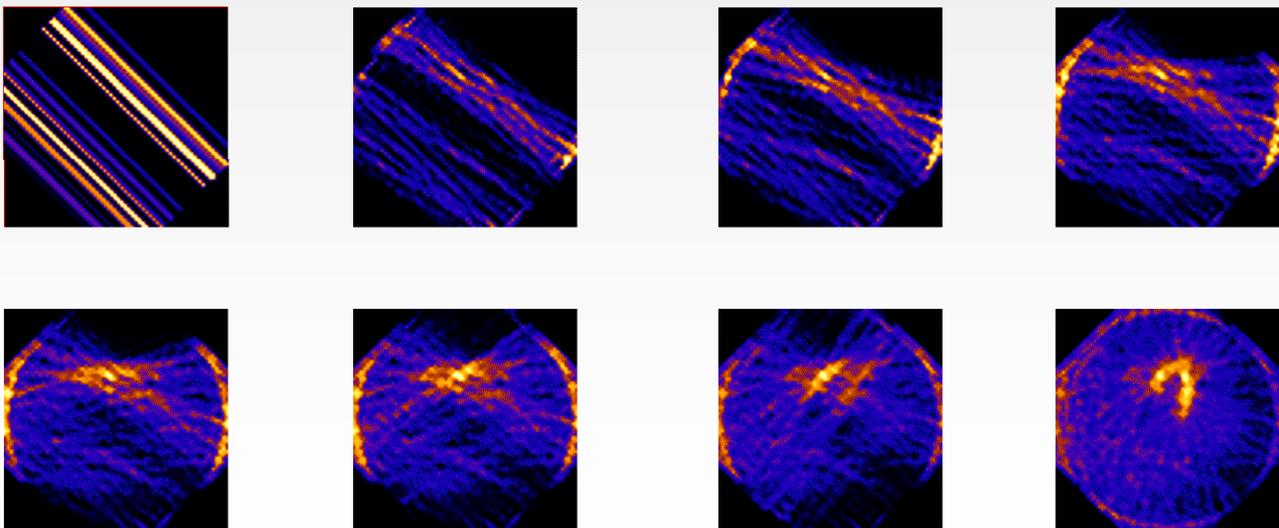
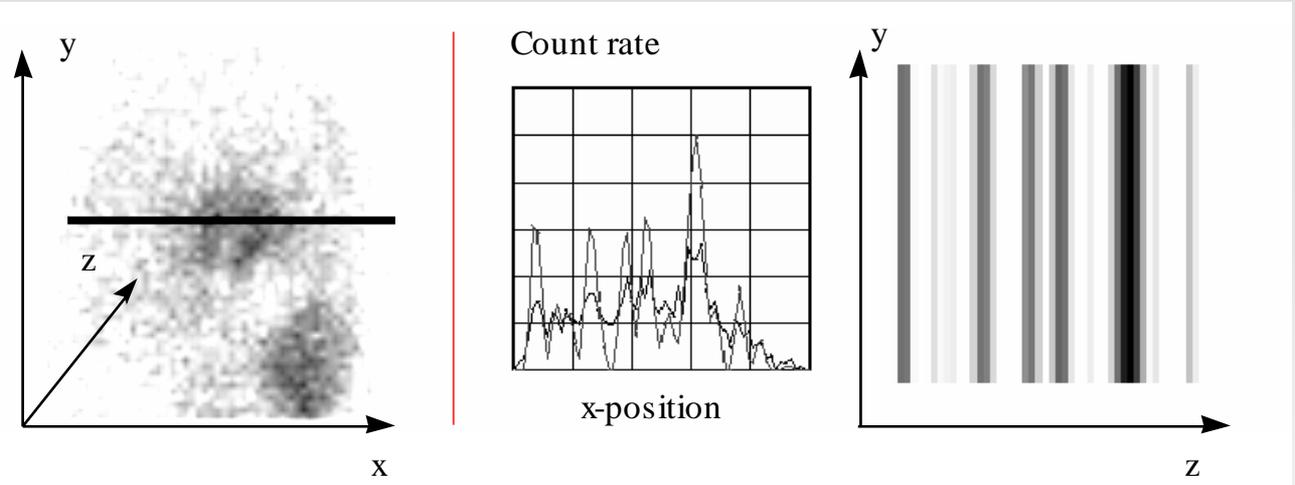


retro-projeção

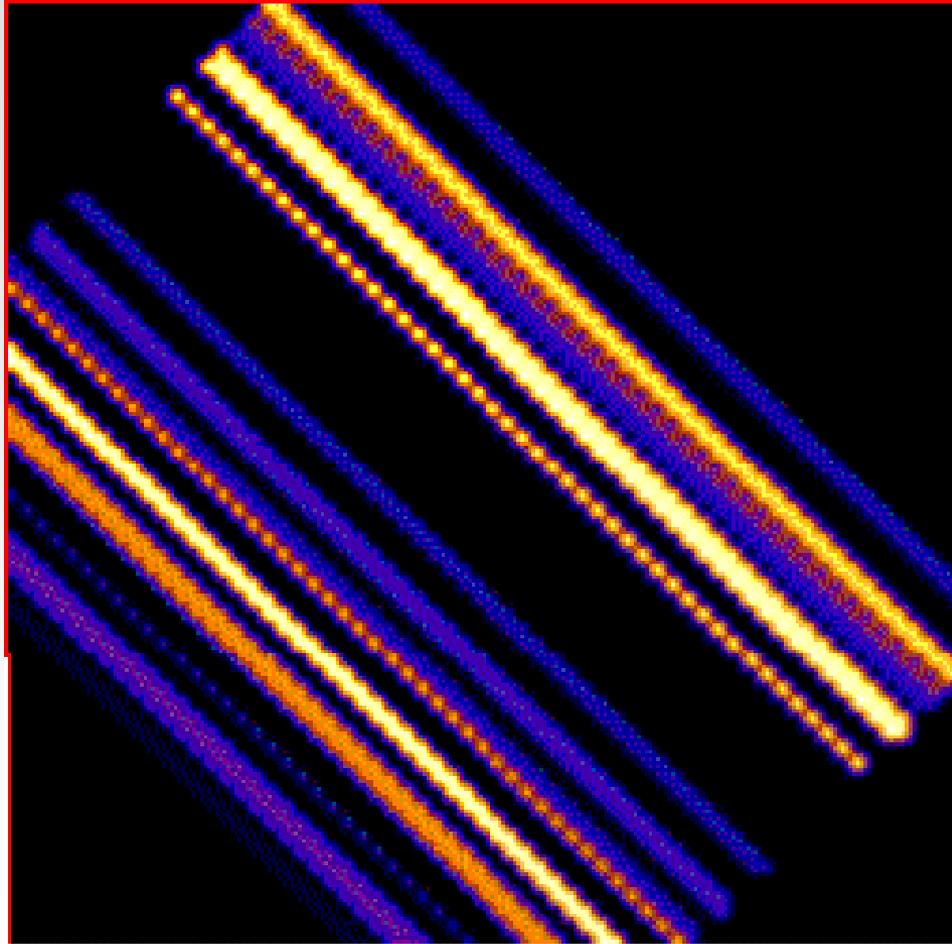


retro-projeção filtrada

Reconstrução de uma fatia a partir das projeções exemplo = perfusão miocárdica, ventrículo esquerdo, eixo longo



Reconstrução de uma fatia a partir das projeções exemplo = perfusão miocárdica, ventrículo esquerdo, eixo longo



Métodos de reconstrução iterativa

métodos algébricos iterativos convencionais

técnica de reconstrução algébrica (ART)

técnica de reconstrução iterativa simultânea (SIRT)

técnica iterativa de mínimos quadrados (ILST)

métodos de reconstrução estatística iterativa (usando ou não informação a priori)

algoritmos gradiente e gradiente conjugado (CG)

máxima probabilidade de maximização de expectativa (MLEM)

maximização de expectativa dos subconjuntos ordenados (OSEM)

algoritmos de máximo a posteriori (MAP)

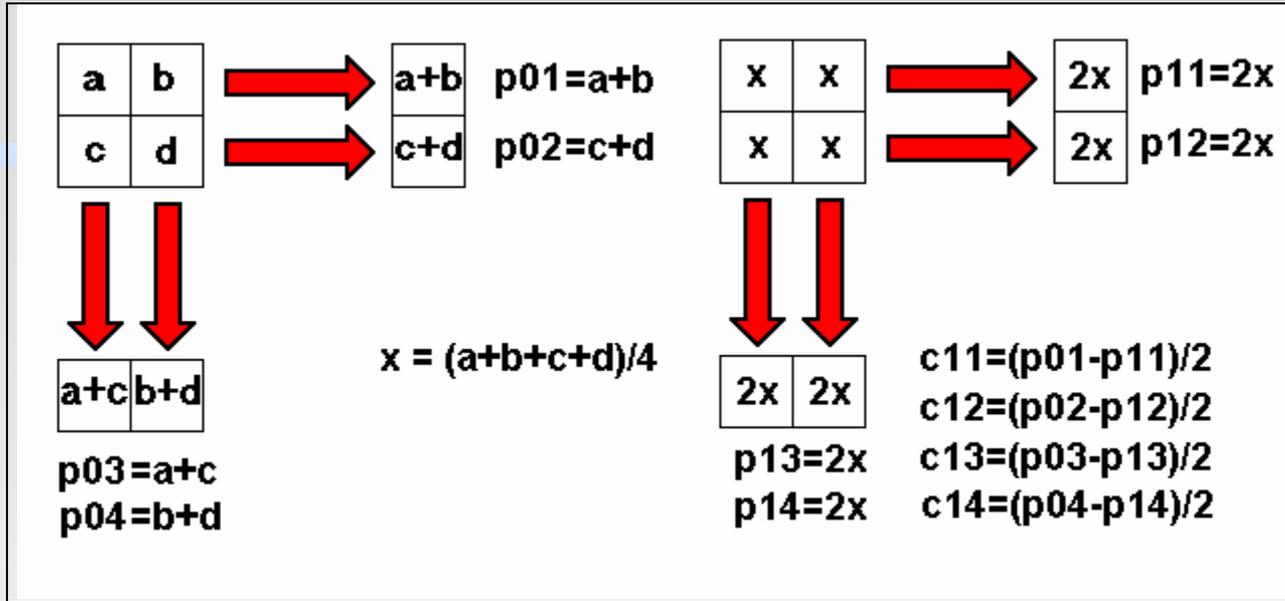
O princípio dos algoritmos iterativos é achar uma solução (que é – reconstruir uma imagem de uma fatia a partir de projeções) por **estimativas sucessivas**. As projeções correspondentes a estimativa corrente são comparadas com as projeções medidas. O resultado desta comparação é usado para modificar a estimativa corrente, portanto criando uma nova estimativa.

Os algoritmos diferem no modo que as projeções medidas e estimadas são comparadas, e o tipo de correção aplicada a estimativa corrente. O processo é iniciado criando arbitrariamente uma primeira estimativa – por exemplo, uma imagem uniforme (todos os pixels igual a zero, um, ou um valor médio...). Correções são feitas ou como adição de diferenças ou multiplicação de quocientes entre projeções medidas e estimadas.

algoritmo (receita)

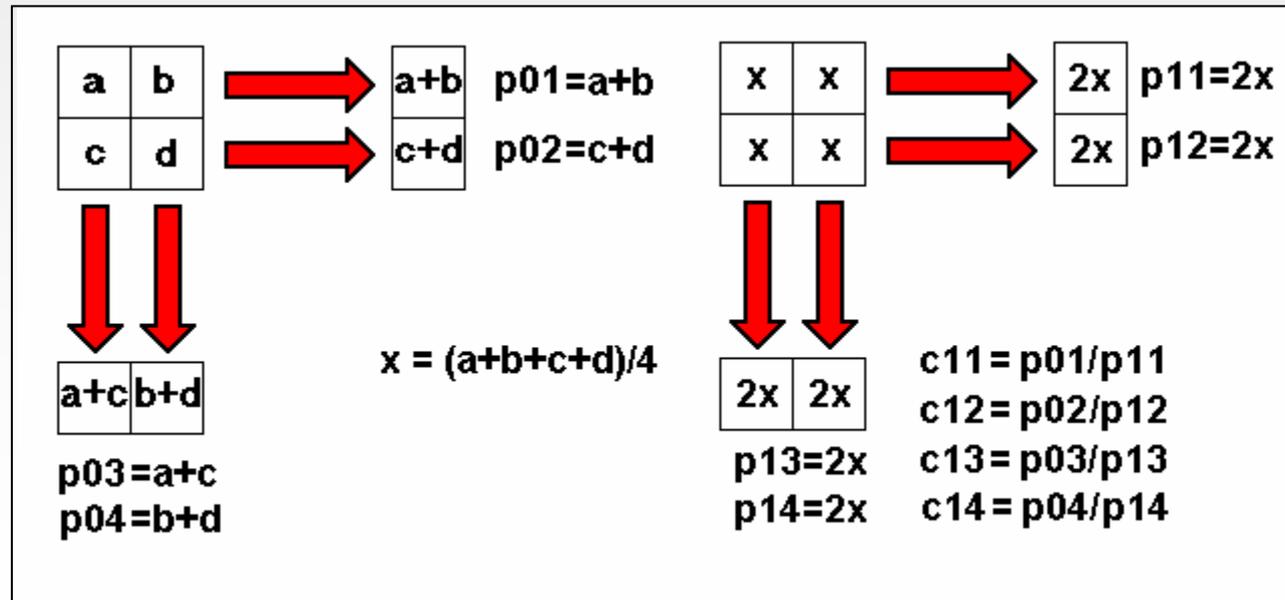
- (1) faça a primeira estimativa arbitraria da fatia (imagem homogênea),
- (2) Projete a fatia estimada nas projeções análogas aquelas medidas pela câmera (**importante**: neste passo, correções físicas podem ser introduzidas – para atenuação, espalhamento, e resolução do colimador dependente da profundidade),
- (3) compare as projeções estimadas com as medidas (subtraia ou divida as projeções correspondentes para obter os fatores de correções – na forma de diferenças ou quocientes),
- (4) pare ou continue: se os fatores de correções estão próximos de zero (ou um, se quociente), se eles não mudam em iterações subsequentes, ou se o número máximo de iterações é alcançado, então pare; senão
- (5) aplique correções nas estimativas (adicione as diferenças aos pixels individuais ou multiplique os valores de pixels pelos quociente de correção) – então faça uma nova estimativa da fatia,
- (6) vá para o passo (2).

projeções
medidas



primeiro
estima-se
suas
projeções
fatores de
correção
(diferenças
entre
projeções)

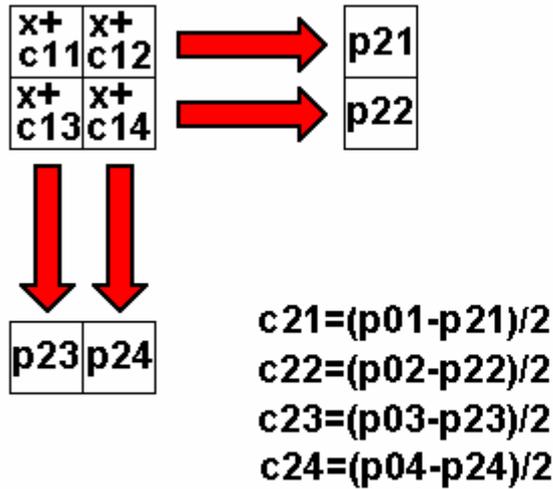
projeções
medidas



primeiro
estima-se
suas
projeções
fatores de
correção
(quocientes
entre
projeções)

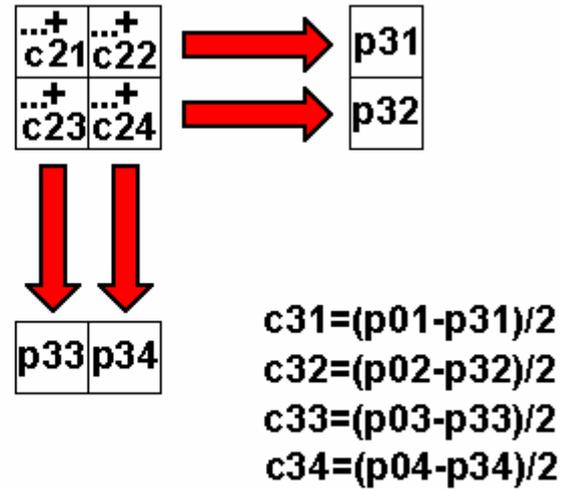
primeira
iteração

(correções
aditivas)



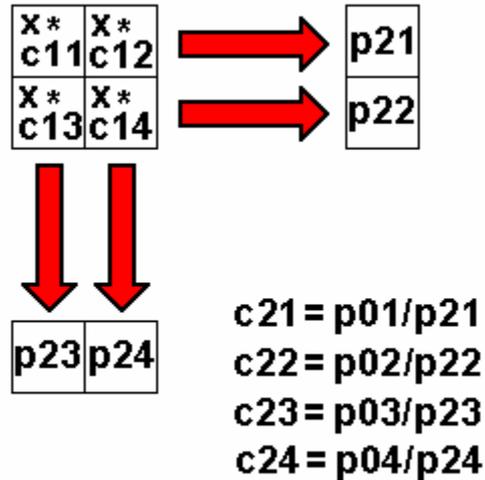
segunda
iteração

(correções
aditivas)



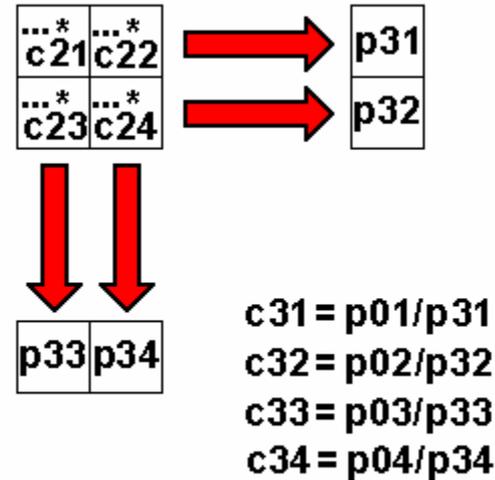
primeira
iteração

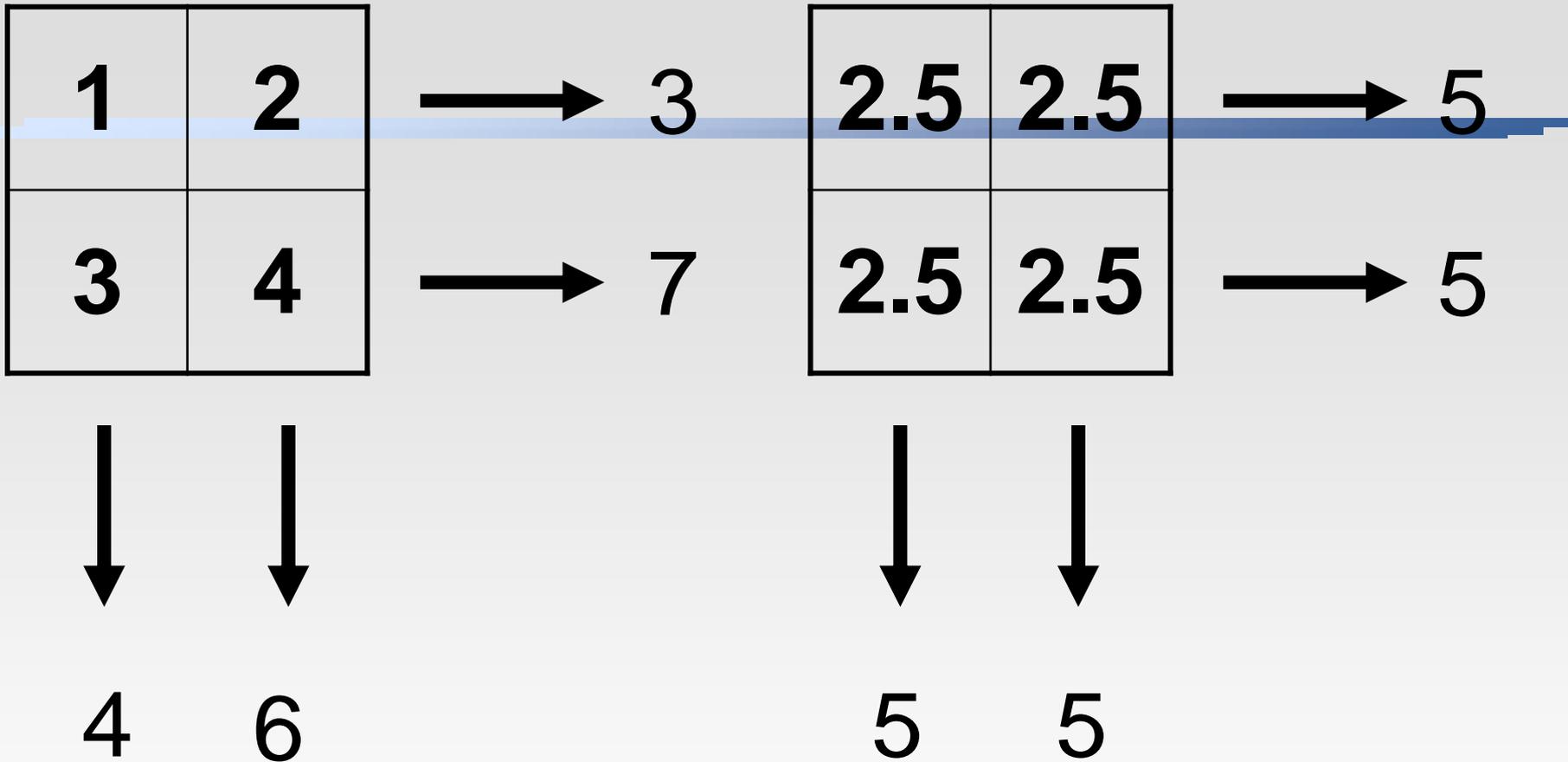
(correções
multiplicat.)



segunda
iteração

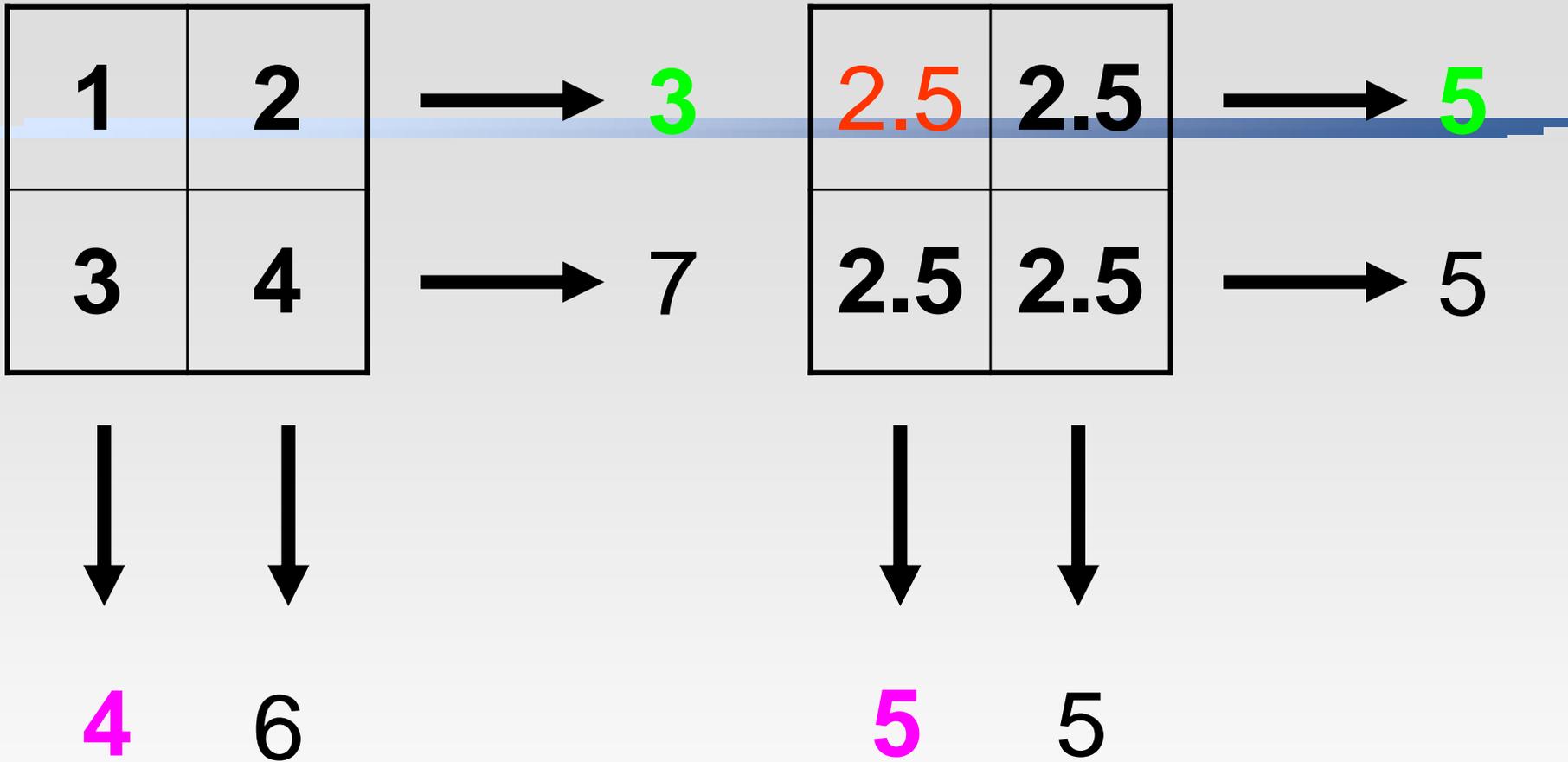
(correções
multiplicat.)





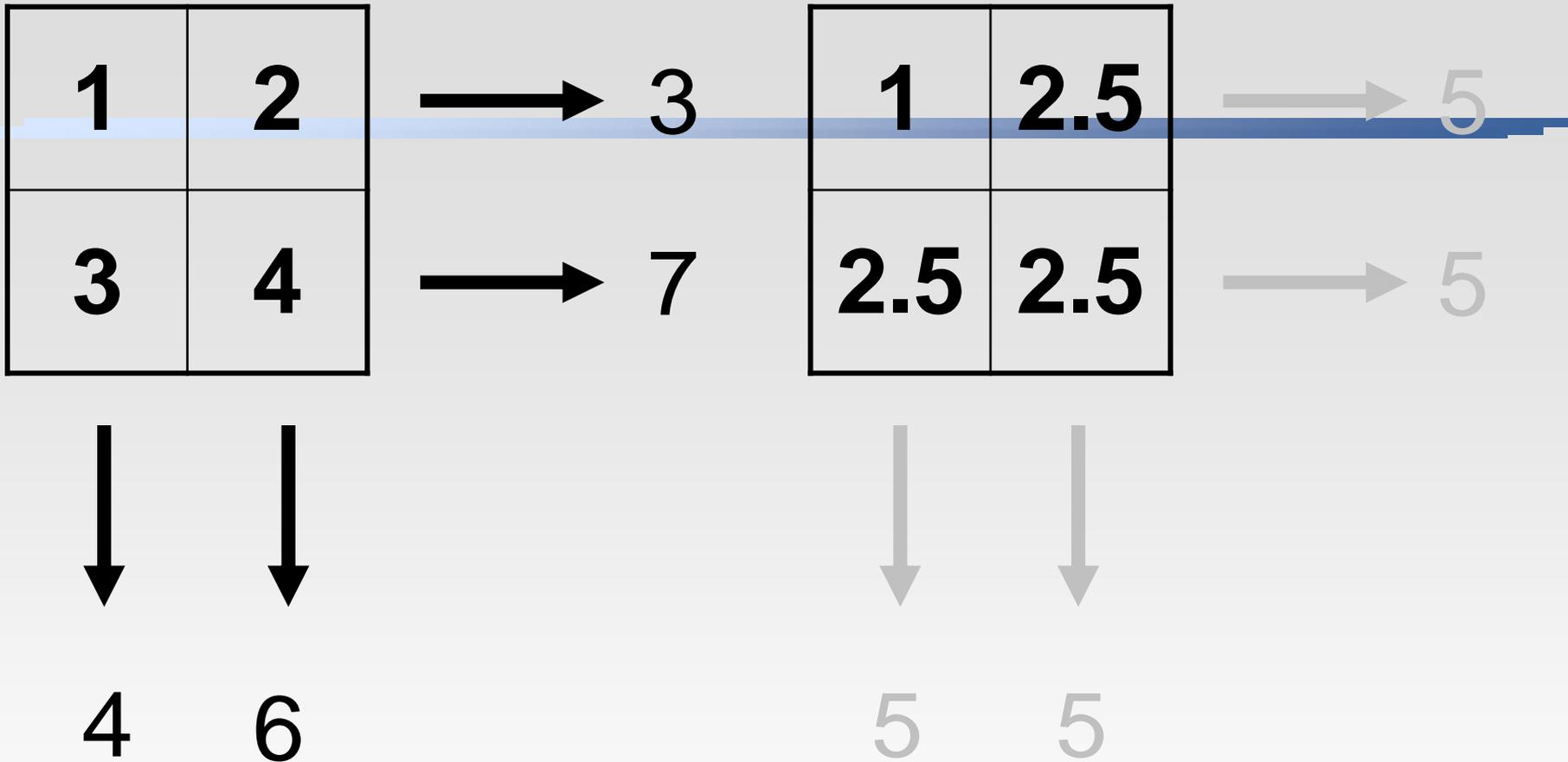
$$c_{11} = (3 - 5)/2 + (4 - 5)/2 = -2/2 - 1/2$$

$$c_{11} = -1 - 0.5 = -1.5$$



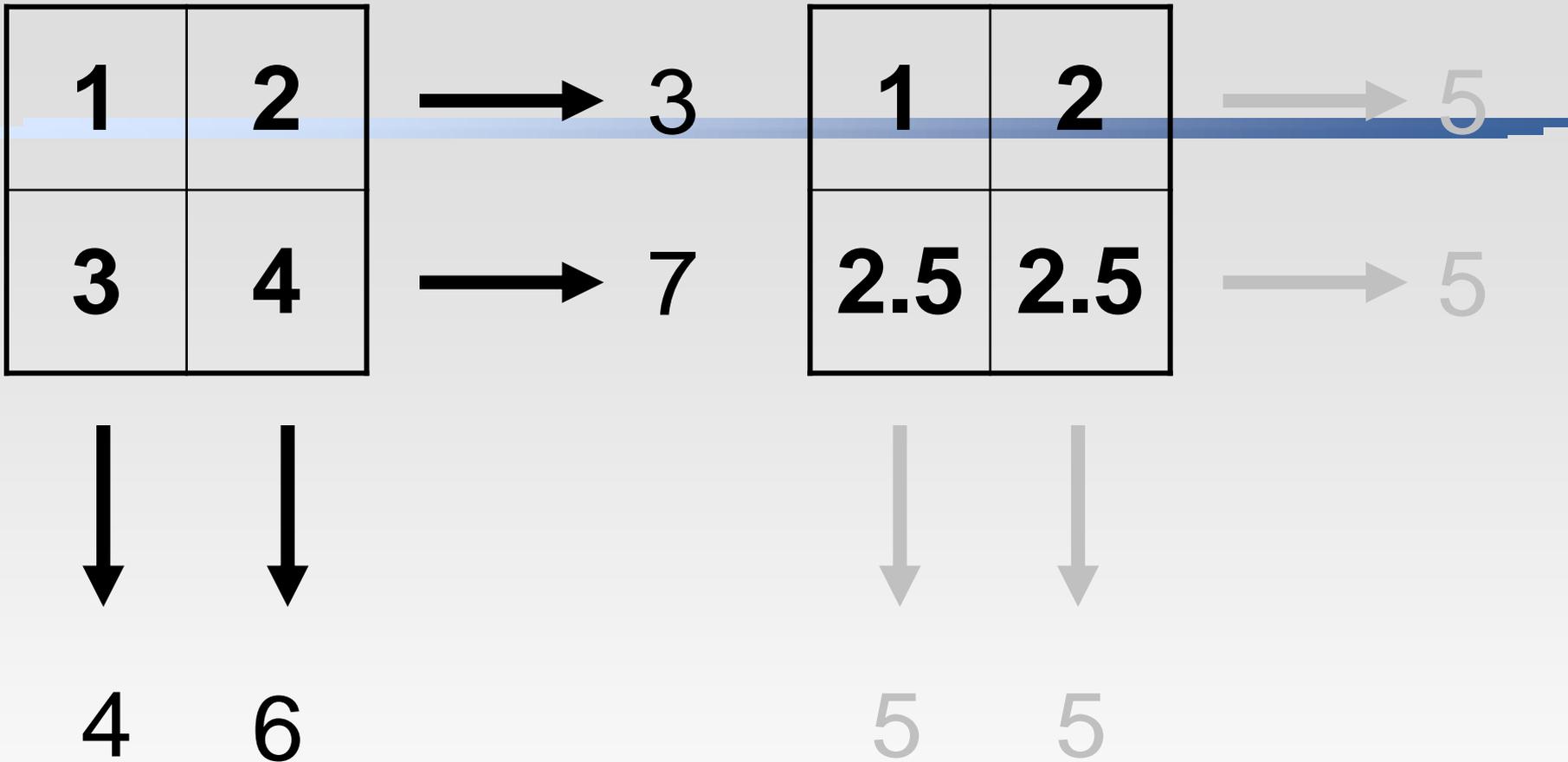
$$c_{11} = (3 - 5)/2 + (4 - 5)/2 = -2/2 - 1/2$$

$$c_{11} = -1 - 0.5 = -1.5$$



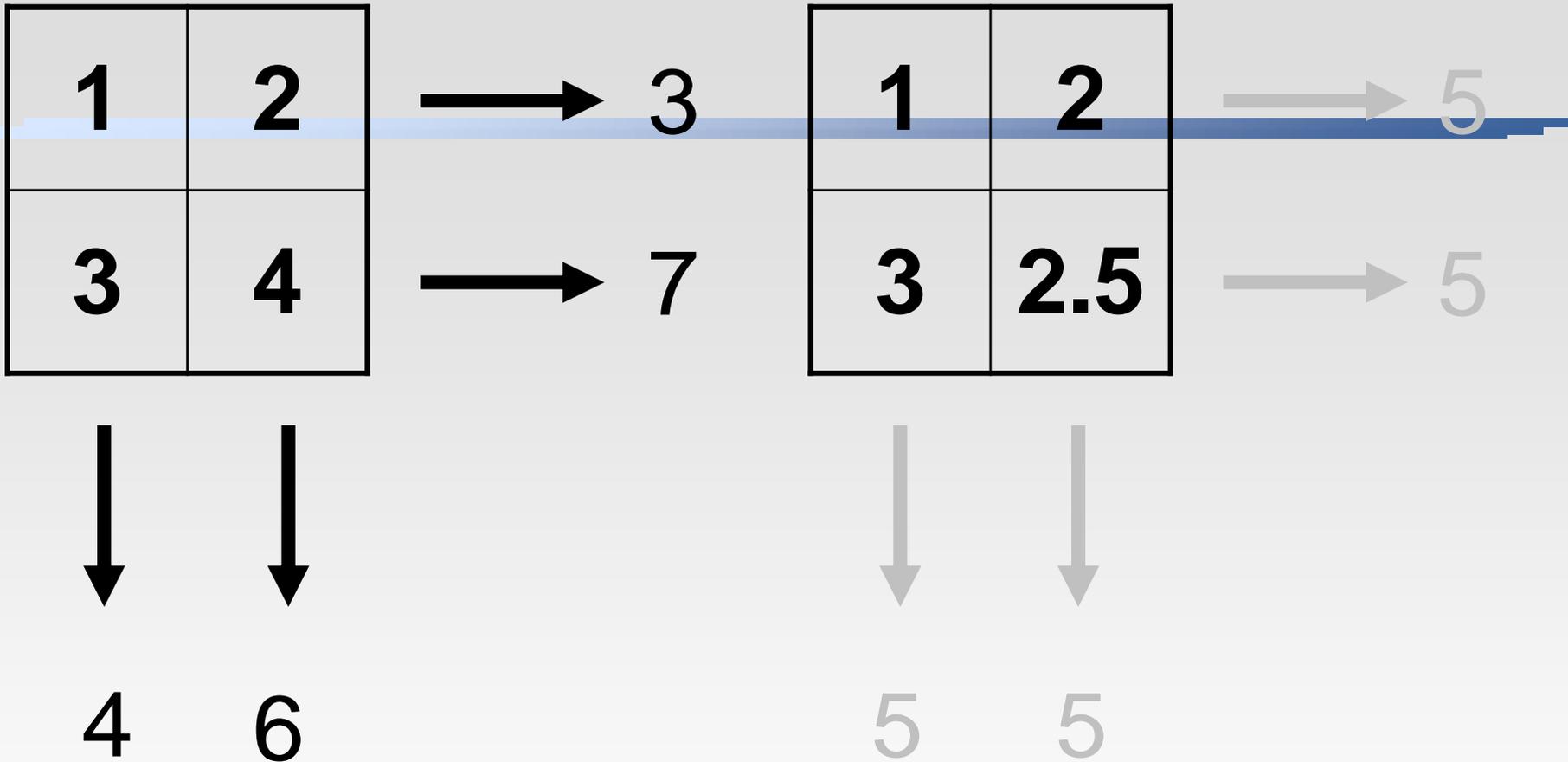
$$c_{12} = (3 - 5)/2 + (6 - 5)/2 = -2/2 + 1/2$$

$$c_{12} = -1 + 0.5 = -0.5$$



$$c_{13} = (7 - 5)/2 + (4 - 5)/2 = 2/2 - 1/2$$

$$c_{13} = 1 - 0.5 = 0.5$$



$$c_{14} = (7 - 5)/2 + (6 - 5)/2 = 2/2 + 1/2$$

$$c_{14} = 1 + 0.5 = 1.5$$

1	2
3	4

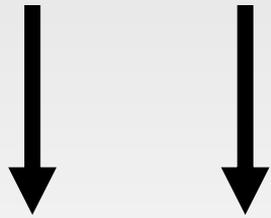
→ 3

→ 7

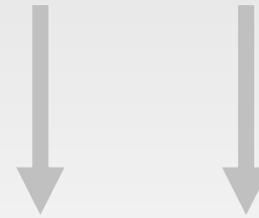
1	2
3	4

→ 5

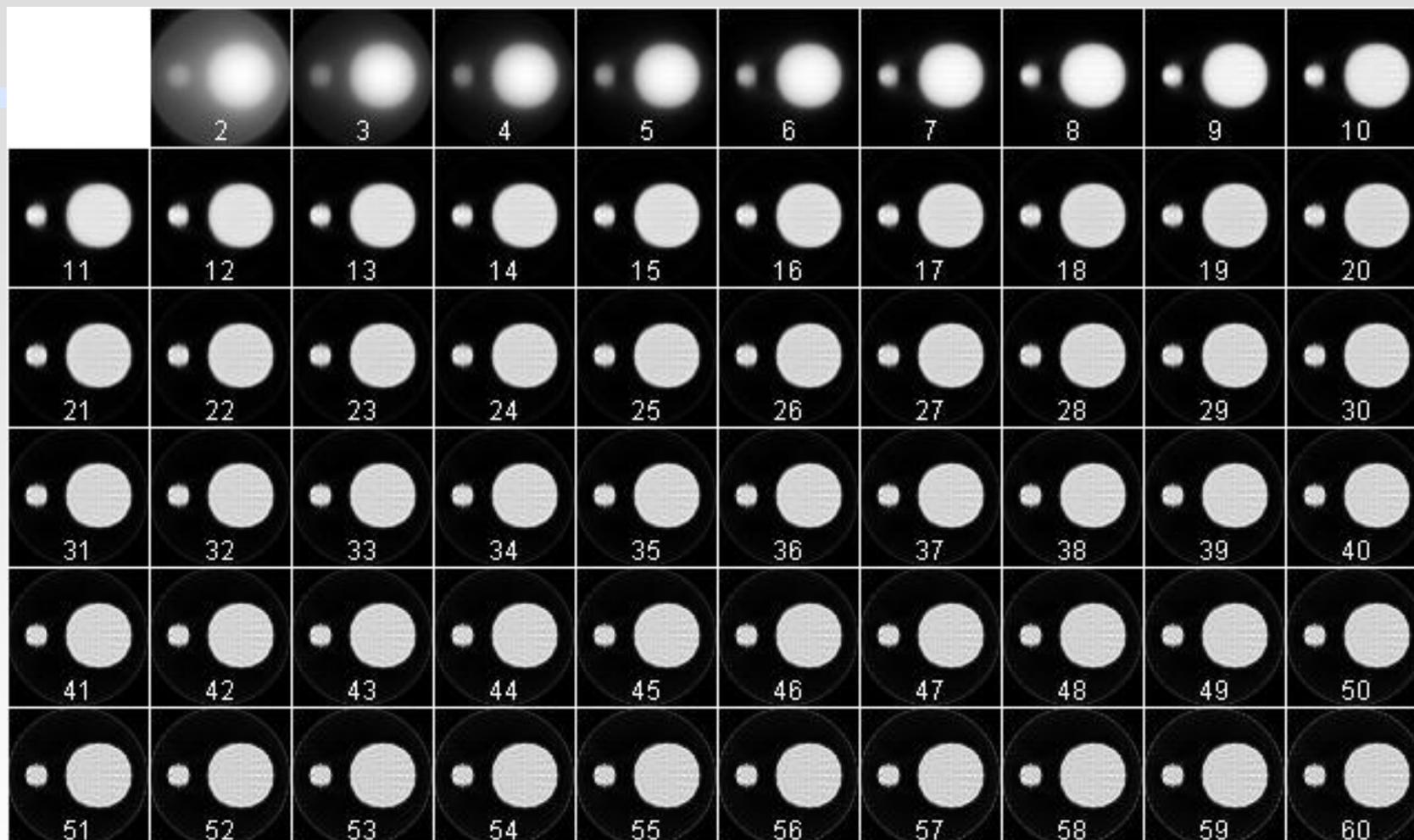
→ 5



4 6

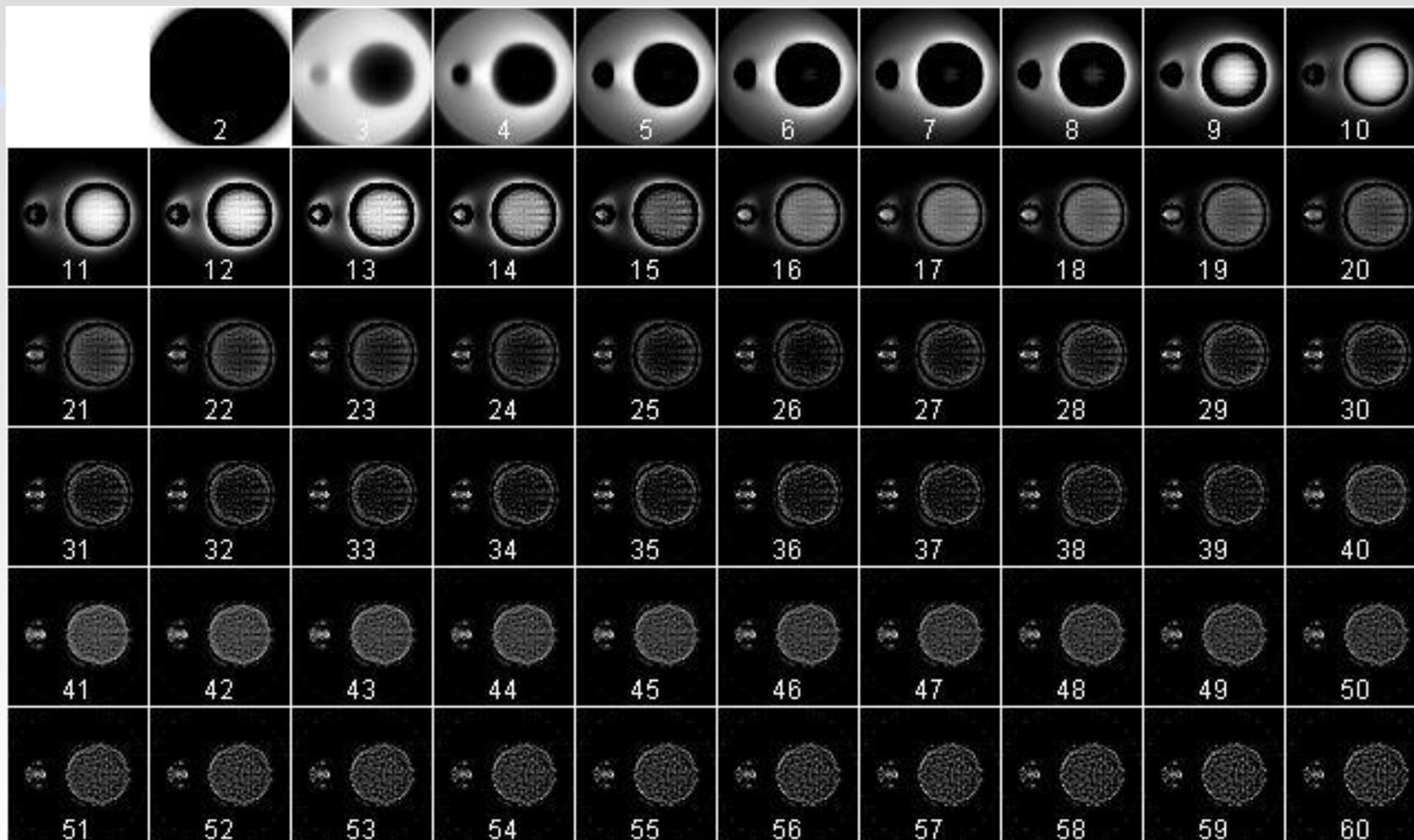


5 5



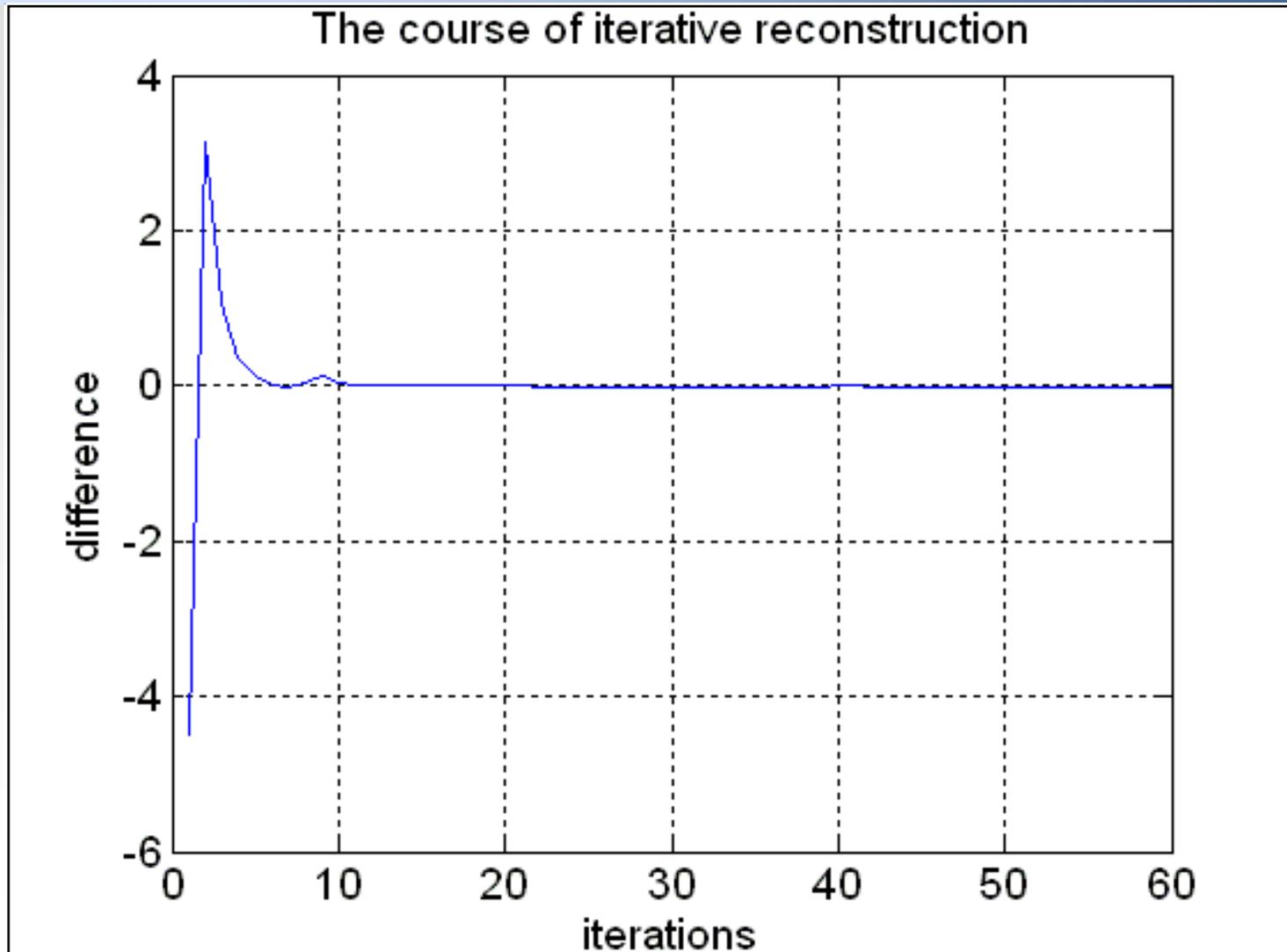
reconstrução iterativa - correção

multiplicativa



Reconstrução iterativa - diferenças entre iterações
individuais

Reconstrução Iterativa – correções multiplicativas



Retro-projeção filtrada

- muito rápida
- inversão direta da formula de projeção
- correções para espalhamento, atenuação não-uniforme e outros fatores físicos são difícil
- necessita muita filtragem – compromisso entre borramento e ruído
- imageamento quantitativo difícil

Reconstrução iterativa

- forma discreta dos dados incluída no modelo
 - é fácil modelar e lidar com ruídos de projeção, especialmente quando as contagens são baixas
 - é fácil modelar a física de imageamento tal como geometria, atenuação não uniforme, espalhamento, etc.
 - imageamento quantitativo possível
- amplificação de ruídos
 - tempo de calculo longo