

Taylor Swift e a Era da IA: Otimizando o Engajamento de Fãs com Programação Linear

Aluna: Tainá Costa



O Cenário

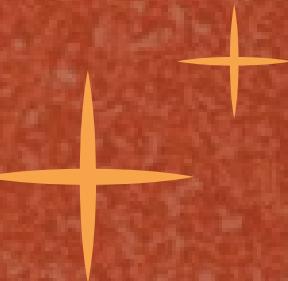
THE LIFE OF A SHOWGIRL
TAYLOR SWIFT

Suponha que você faça parte da equipe de estratégia digital da "Taylor Nation". Com o lançamento do álbum "The Life of the Showgirl", a equipe tem um orçamento de marketing de \$10 milhões para a campanha de pós-lançamento de três meses. O mercado musical moderno é fragmentado em diversas plataformas, e o sucesso não é medido apenas por vendas, mas por um conceito mais amplo de "engajamento".



O Desafio Atual: A equipe está debatendo como alocar esse orçamento. Alguns defendem métodos tradicionais, enquanto outros querem apostar em novas tecnologias, especificamente em um projeto de Inteligência Artificial (IA) para personalizar a comunicação com os fãs.

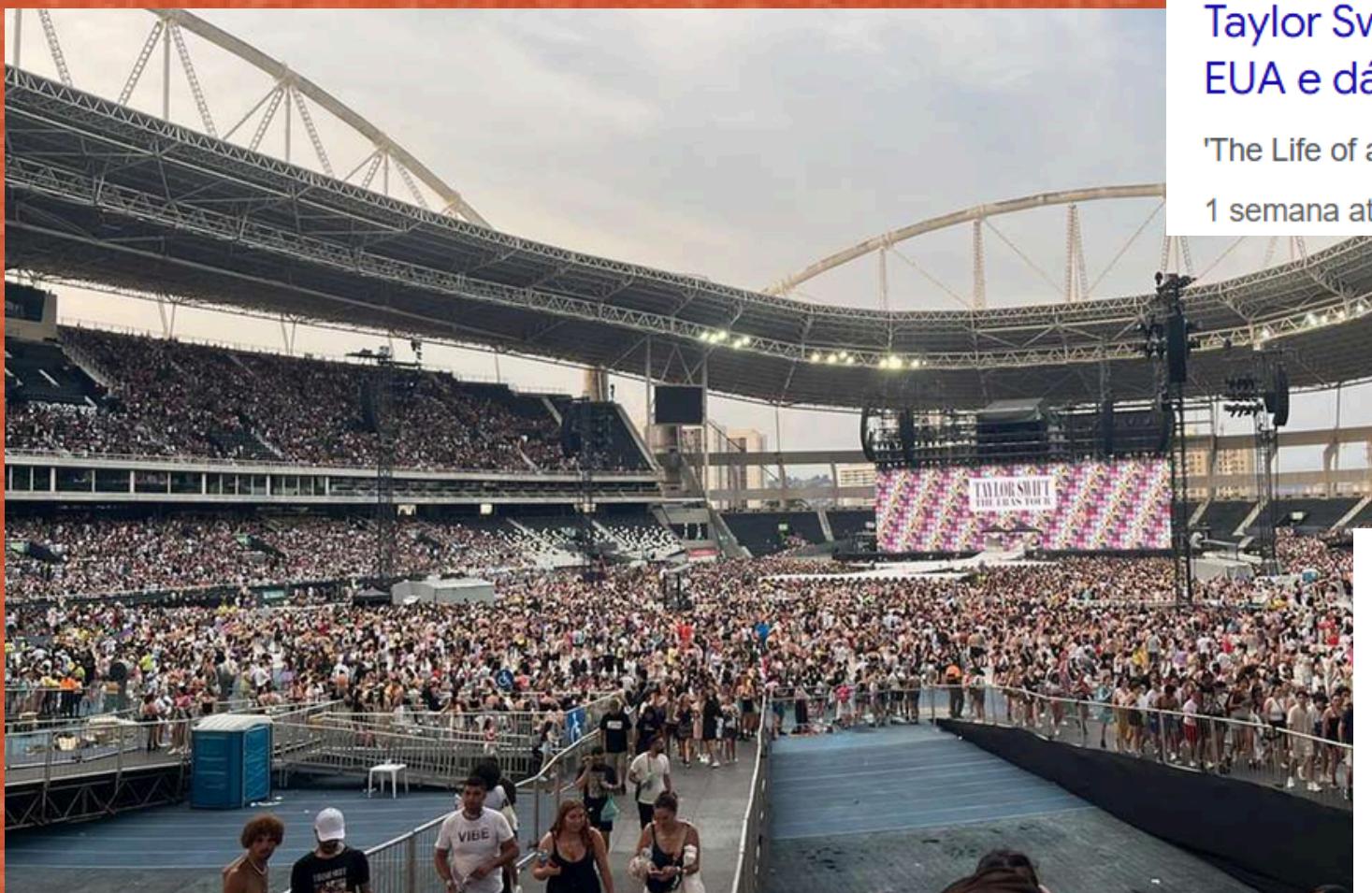
O Objetivo: usar a programação linear para determinar a alocação de orçamento ótima que maximiza o engajamento total dos fãs, respeitando as restrições orçamentárias e estratégicas.





O Coração do Problema

Para unificar os resultados de diferentes plataformas, cria-se o "Índice de Engajamento Ponderado (IEP)". Cada plataforma contribui de forma diferente para este índice. A eficácia de cada dólar investido é estimada com base em dados de campanhas anteriores.



R7 Entretenimento

Taylor Swift tem marca histórica de vendas de álbuns nos EUA e dá receita de engajamento

'The Life of a Showgirl' já contabiliza impressionantes 3,4 milhões de cópias vendidas.

1 semana atrás



Exame

'Efeito Taylor Swift': como a cantora gerou quase US\$ 1 bilhão para a NFL

Cantora impulsionou quase US\$ 1 bilhão em valor de marca para a NFL, atraiu milhões de novas fãs e ajudou a transformar a base de...

9 de fev. de 2025



POPline

Só duas músicas não são de Taylor Swift no Top 10 da Billboard Hot 100 nesta semana

Descubra quais músicas conseguiram furar o "fenômeno swifitie" e entrar no Top 10 da Billboard Hot 100 após impacto de Taylor Swift!

1 dia atrás





Taxas de Geração de IEP (por \$1.000 investidos):

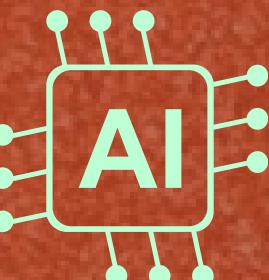
- Impulso em Playlists (Spotify/Apple): 100 pontos de IEP (alcança ouvintes passivos e ativos).
- Campanhas de Vídeos Curtos (TikTok/Reels): 150 pontos de IEP (alto potencial de viralização e criação de tendências).
- Marketing de Mídia Física (Edições de Vinil/CD): 60 pontos de IEP (menor alcance, mas altíssimo valor por fã → lealdade).
- Publicidade em Vídeos Longos (Disney/YouTube): 80 pontos de IEP (alcance baixo, mas bons para contar histórias mais profundas sobre o álbum).
- Projeto de IA "SwiftAI": Este é um investimento em uma plataforma que analisa dados de streaming e redes sociais para enviar mensagens, trechos de músicas e recomendações de produtos personalizados para milhões de fãs. Cada \$1.000 investidos no desenvolvimento e operação desta IA gera 250 pontos de IEP. A alta pontuação reflete seu efeito multiplicador: um fã que recebe uma mensagem personalizada tem maior probabilidade de ouvir mais, compartilhar e comprar.

{x} O que vamos decidir? - nossas variáveis de decisão

Seja x_i o valor em milhares de dólares (\$1.000) alocado para cada canal de marketing:



- x_p : Quant. do orçamento para Impulso em Playlists.
- x_{tk} : Quant. do orçamento para Campanhas de Vídeos Curtos.
- x_v : Quant. do orçamento para Marketing de Mídia Física.
- x_{yt} : Quant. do orçamento para Publicidade em Vídeos Longos.
- x_{ai} : Quant. do orçamento para o Projeto "SwiftAI".





O que vamos maximizar? - Nossa FO



Maximizar o Índice de Engajamento Ponderado (IEP):

$$\text{Maximizar } Z = 100 x_p + 150 x_{tk} + 60 x_v + 80 x_{yt} + 250 x_{ai}$$



As regras e limitações do mundo real - Nossas restrições

1. $x_p + x_{tk} + x_v + x_{yt} + x_{ai} \leq \10000 (Orçamento Total)
2. $x_p \geq \$500$ (Mínimo Playlist)
3. $x_{tk} \geq \$500$ (Mínimo TikTok)
4. $x_v \leq \$1500$ (Máximo Vinil)
5. $x_{ai} \leq \$3000$ (Máximo IA)
6. $x_{tk} - 0.5x_p - 0.5x_{yt} \geq 0$ (Estratégia Digital)
7. $x_{yt} \geq \$750$ (Mínimo YouTube)
8. $x_v \geq \$1000$ (Mínimo Vinil)
9. $x_i \geq 0, i \in \{p, tk, v, yt, ai\}$

*Medida em milhares



Nossa região viável é um Poliedro?

Definição 3.2 (poliedro) Sejam a_1, a_2, \dots, a_m matrizes linha com n entradas e b_1, b_2, \dots, b_m números reais. O conjunto de vetores coluna $x \in \mathbb{R}^n$ que satisfazem as restrições lineares

$$\begin{cases} a_i x \geq b_i & \text{se } i \in I_1 \\ a_i x \leq b_i & \text{se } i \in I_2 \\ a_i x = b_i & \text{se } i \in I_3 \end{cases} \quad (1)$$

onde $\{I_j\}_{j=1}^3$ é uma partição de $\{1, 2, \dots, m\}$, é um **poliedro**.

Note que todas as nossas restrições satisfazem as restrições lineares (o nosso problema é linear!), para todo x pertencente ao nosso \mathbb{R}^5 .



Podemos escrever nas formas Geral e Padrão?

Proposição 3.10 *Todo poliedro em \mathbb{R}^n pode ser reescrito como um poliedro em \mathbb{R}^n na forma geral, aumentando o número de equações ($m' \geq m$) se necessário.*

Proposição 3.12 *Todo poliedro em \mathbb{R}^n pode ser reescrito como um poliedro em $\mathbb{R}^{n'}$ na forma padrão, aumentando o número de variáveis ($n' \geq n$) variáveis e o número de equações ($m' \geq m$) se necessário.*

Como já provamos que a nossa Região Viável é um Poliedro, podemos, pelas proposições acima, reescrevê-la nas formas Geral e Padrão.

FORMA GERAL - $Ax \geq b$

Definição 3.9 (forma geral de um poliedro) Um poliedro P em \mathbb{R}^n está na **forma geral** se $P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \geq b\}$, onde A é uma matriz $m \times n$ e b um vetor coluna do \mathbb{R}^m .

- 1. $-x_p - x_{tk} - x_v - x_{yt} - x_{ai} \geq -\10000
- 2. $x_p \geq \$500$
- 3. $x_{tk} \geq \$500$
- 4. $-x_v \geq -\$1500$
- 5. $x_{ai} \geq -\$3000$
- 6. $x_{tk} - 0.5x_p - 0.5x_{yt} \geq 0$
- 7. $x_{yt} \geq \$750$
- 8. $x_v \geq \$1000$
- 9. $x_i \geq 0, i \in \{p, tk, v, yt, ai\}$

$$\begin{bmatrix} -1.0 & -1.0 & -1.0 & -1.0 & -1.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 \\ -0.5 & 1.0 & 0.0 & -0.5 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_p \\ x_{tk} \\ x_v \\ x_{yt} \\ x_{ai} \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} -10000 \\ 500 \\ 500 \\ -1500 \\ -3000 \\ 0 \\ 750 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

Na forma matrcial

FORMA PADRÃO - $Ax = b, x \geq 0$

Definição 3.11 (forma padrão de um poliedro) Um poliedro P em \mathbb{R}^n está na **forma padrão** $P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b \text{ e } x \geq 0\}$, onde A é uma matriz $m \times n$ e b um vetor coluna do \mathbb{R}^m .

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -0.5 & 1.0 & 0.0 & -0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_p \\ x_{tk} \\ x_v \\ x_{yt} \\ x_{ai} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10000 \\ 500 \\ 500 \\ 1500 \\ 3000 \\ 0 \\ 750 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

1. $x_p + x_{tk} + x_v + x_{yt} + x_{ai} + x_1 = \10000
2. $x_p - x_2 = \$500$
3. $x_{tk} - x_3 = \$500$
4. $x_v + x_4 = \$1500$
5. $x_{ai} + x_5 = \$3000$
6. $x_{tk} - 0.5x_p - 0.5x_{yt} - x_6 = 0$
7. $x_{yt} - x_7 = \$750$
8. $x_v - x_8 = \$1000$
9. $x_i \geq 0, i \in \{p, tk, v, yt, ai, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Na forma matrcial



Agora, por que podemos otimizar?

Primeiro, sabendo que o nosso problema é linear, as propriedades e teoremas vistos passam a valer.

Agora, temos que o nosso problema é limitado aos positivos, pois todas as nossas variáveis são positivas, ou seja, no mínimo gastamos 0 reais com o IEP. Além disso, a soma das variáveis não pode ultrapassar 10 milhões, deste modo, conseguimos colocar o problema em um raio de 10 milhões $\rightarrow P \subset [-10 \text{ milhões}, 10 \text{ milhões}]^5$.

Definição 4.5 (poliedro limitado) Um poliedro $P \subset \mathbb{R}^n$ é limitado se existe $r > 0$ tal que $P \subset [-r, r]^d$.

Conclusão: O nosso PPL é limitado, por definição.



Agora, por que podemos otimizar?

Uma vez que o nosso problema é limitado (e fechado, pois contamos a fronteira), por corolário sabemos que todo poliedro limitado não-vazio possui pelo menos um ponto extremo. Mais ainda, por Teorema sabemos também que considerando um PPL de minimização com uma FO sobre um poliedro P , supondo que P admite ao menos um ponto extremo, então, ou o valor ótimo é $-\infty$ ou o valor ótimo é finito e, nesse caso, existe um ponto extremo que assume o valor ótimo

Corolário 4.6 *As seguintes afirmações são válidas para poliedros do \mathbb{R}^n :*

(i) *Todo poliedro limitado não-vazio possui pelo menos um ponto extremo.*

Teorema 4.7 *Considere o PPL de minimizar a função objetivo $c^t x$ sobre um poliedro P . Suponha que P admita pelo menos um ponto extremo e que exista uma solução ótima. Então, existe uma solução ótima que é um ponto extremo de P .*

Teorema 4.8 *Considere o PPL de minimizar a função objetivo $c^t x$ sobre um poliedro P . Suponha que P admita pelo menos um ponto extremo. Então, ou o valor ótimo é $-\infty$ ou o valor ótimo é finito e, nesse caso, existe um ponto extremo que assume o valor ótimo.*



Agora, por que podemos otimizar?

No nosso caso, podemos passar o nosso problema de maximização para minimização, e usar os teoremas.

Maximizar o Índice de Engajamento Ponderado (IEP):

$$\text{Maximizar } Z = 100 x_p + 150 x_{tk} + 60 x_v + 80 x_{yt} + 250 x_{ai}$$

$$\text{Minimizar } -Z = -100 x_p - 150 x_{tk} - 60 x_v - 80 x_{yt} - 250 x_{ai}$$



RESOLVENDO EM PYTHON

Alocação de Orçamento Ótimo - Marketing TS:

- Playlist : \$500,000.00
- SwiftAI : \$3,000,000.00
- TikTok : \$4,750,000.00
- Vinil : \$1,000,000.00
- YouTube : \$750,000.00

Índice de Engajamento Ponderado Máximo (IEP): 1,632,500.00 pontos

Colab



OBRIGADA!

