II Lista de Exercícios: Geometria Analítica

Prof. Tiago H. Picon

Assuntos: Dependencia linear e caracteristica de matrizes.

Exercício 1: Classifique os sistemas abaixo (possível determinado, possível indeterminado ou impossível).

$$\begin{cases} x+3y+z= & 1 \\ 2x+6y+9z= & 7 \\ 2x+8y+8z= & 6 \end{cases}, \begin{cases} x+3y+t= & 0 \\ x+2y+z+t= & 1 \\ 3x+3y+z+2t= & -1 \\ y+3z-t= & 3 \end{cases}, \begin{cases} x+y-z+2t= & 0 \\ 3y-z+3t= & 0 \\ 2x-y-z+t= & 0 \end{cases}$$

Exercício 2: Ache uma condição envolvendo a,b e c para que o sistema abaixo tenha solução.

$$\begin{aligned} x+y+z+t= &\quad a \\ 5y+2z+4t= &\quad b \\ 3x-2y+z-t= &\quad c \end{aligned}$$

Exercício 3: Determine o posto das matrizes abaixo.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 17 \end{bmatrix}$$

Exercício 4: Exprima cada um dos vetores da base canônica de $\mathbb{R}^3$ (isto é,

$e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$) como combinação linear dos vetores $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (-1, 0, 2)$, $v_3 = (4, 2, -5)$ e, a partir daí, obtenha a inversa da matriz $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -5 \end{bmatrix}$

Exercício 5: Exprima $(1, -3, 10)$ como combinação linear dos vetores $v_1 = (1, 0, 0)$, $v_2 = (1, 1, 0)$ e $v_3 = (2, -3, 5)$.

Exercício 6: Mostre que os vetores $u = (1, 1, 1)$, $v = (1, 2, 1)$ e $w = (2, 1, 2)$ são L.D.

Exercício 7: Mostre que os vetores $u = (1, 1)$, $v = (-1, 1)$ determinam uma base de $\mathbb{R}^2$. Exprima cada um dos vetores $e_1 = (1, 0)$, $e_2 = (0, 1)$ como combinação linear dos elementos dessa base.

Exercício 8: Se os vetores $v_1, ..., v_n$ são L.I., prove que o mesmo se dá com os vetores $v_1, v_2 - v_1, ..., v_n - v_1$. Vale a reciproca ?