Lista 4

Nos próximos exercicios dizemos que uma função $f : \Omega \subset \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ é de classe C^n se todas as derivadas parcias de ordem n são contínuas.

1. Achar o polinômio de Taylor de grau 2 para $f(x,y) = x\sin(y)$, $f(x,y) = x\sin(x) + y\sin(y)$, $f(x,y) = \sin(x+y)$ e $f(x,y) = \sin(x^4 + y^4)$ em torno de $(0,0)$.

2. Achar o polinômio de Taylor de grau k em torno de (x_0, y_0) para a função $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ dada por $f(x,y) = (x+y)^n$. (Estude os casos de $k < n$, $k = n$ and $k > n$.)

3. Suponha que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é um polinômio da forma $f(x) = \sum_{j=0}^{n} a_j x^j$ e que $a \in \mathbb{R}$. Represente f na forma $f(x) = \sum_{j=0}^{n} b_j (x-a)^j$. Achar os valores de b_j.

4. Estude o exercicio anterior com $f(x) = \sum_{j=0}^{n} x^j$ e $a = 1$.

5. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função da forma $f(x,y) = \sum_{j=0}^{4} x^{4-j} y^j$. Represente $f(\cdot)$ na forma $f(x,y) = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N} c_{i,j} (x - a_1)^j (y - a_2)^i$ sendo $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$.

6. Achar o polinômio de Taylor de grau 3 em torno zero para $g(x,y) = \sin(x^n + y^n)$.

7. Suponha que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é de classe C^4 e seja $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada $g(x,y) = f(x^2 + y^2)$. Achar o polinômio de grau 3 de $g(\cdot)$ em torno de (x_0, y_0).

8. Suponha que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é de classe C^4 e seja $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada $g(x,y) = f(x^n + y^n)$ sendo $n \in \mathbb{N}$. Achar o polinômio de grau 3 de $g(\cdot)$ em torno de (a,b).

9. Suponha que $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ é da forma $f(x,y) = g_1(x) g_2(y)$ onde $g_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ são funções de classe C^n. Achar a representação de Taylor de grau 3 de $f(\cdot)$ em torno de (a,b).