Circuitos Combinacionais

- Nesta apresentação será fornecida uma introdução aos circuitos cuja saída depende exclusivamente das variáveis de entrada: os circuitos combinacionais

José Augusto Baranauskas
Departamento de Computação e Matemática – FFCLRP-USP

augusto@usp.br
http://dcm.fmrp.usp.br/~augusto

Circuitos Combinacionais

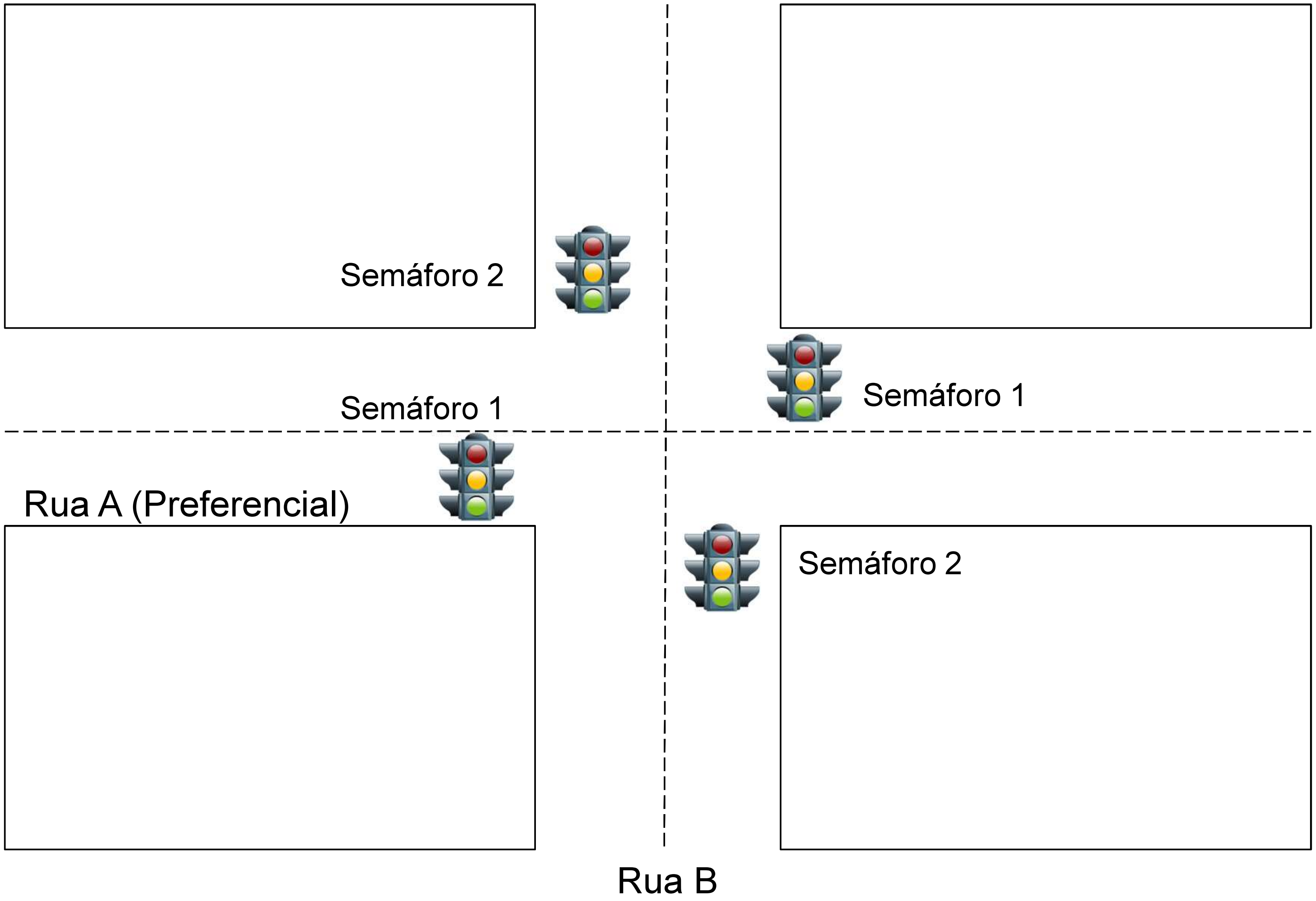
- Um circuito combinacional é todo circuito cuja saída depende única e exclusivamente das várias combinações das variáveis de entrada
- Por meio do estudo desses circuitos, podemos entender o funcionamento de circuitos somadores, somadores completos, subtratores, codificadores, decodificadores, circuitos que executam prioridades, dentre outros circuitos utilizados na construção de computadores ou sistemas digitais
- Para usar um circuito combinacional para solucionar um problema para o qual uma determinada saída é esperada em função das variáveis de entrada

Circuitos Combinacionais

- Para construir um circuito, como já visto, é necessário conhecer sua expressão característica
- Uma forma de obter a expressão de um problema consiste em construir a tabela verdade para cada situação do problema para, em seguida, obter a expressão
- Esquematicamente,

Situação → Tabela Verdade → Expressão → Circuito

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis



Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- O desenho representa o cruzamento das ruas A e B, cada uma com seu semáforo
- Deseja-se instalar, no cruzamento, um sistema automático de semáforos, com as seguintes características
  - Quando houver carros transitando somente na rua B, o semáforo 2 deverá permanecer verde para os carros trafegarem livremente
  - Igualmente, quando houver carros transitando somente na rua A, o semáforo 1 deverá permanecer verde
  - Quando houver carros transitando em ambas as ruas, o semáforo da rua A deve ficar verde, pois é a rua preferencial

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- É possível usar um circuito lógico para solucionar este problema; para isso é necessário obter sua expressão
- Para tanto, estabelece-se a notação

Condição	Notação
Existência de carro na rua A	A = 1
Não existência de carro na rua A	A = 0 (ou $\bar{A}$ = 1)
Existência de carro na rua B	B = 1
Não existência de carro na rua B	B = 0 (ou $\bar{B}$ = 1)
Verde do sinal 1 aceso	G1 = 1
Verde do sinal 2 aceso	G2 = 1
Se G1=1 então Vermelho do sinal 1 apagado Verde do sinal 2 apagado Vermelho do sinal 2 aceso	 R1 = 0 G2 = 0 R2 = 1
Se G2=1 então Vermelho do sinal 1 aceso Verde do sinal 1 apagado Vermelho do sinal 2 apagado	 R1 = 1 G1 = 0 R2 = 0

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Com base nisso, a tabela verdade é montada e cada situação é analisada individualmente

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0				
1	0	1				
2	1	0				
3	1	1				

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Situação 0: representa a ausência de veículos em ambas as ruas (A=0 e B=0). Assim, é irrelevante qual sinal permanece aceso. Em situações **irrelevantes**, utiliza-se o símbolo ∅ para indicar que as variáveis podem assumir 0 ou 1

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1				
2	1	0				
3	1	1				

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Situação 0: representa a ausência de veículos em ambas as ruas (A=0 e B=0). Assim, é irrelevante qual sinal permanece aceso. Em situações **irrelevantes**, utiliza-se o símbolo ∅ para indicar que as variáveis podem assumir 0 ou 1
- Situação 1: representa presença de veículos na rua B e ausência de veículos na Rua A. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua B

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1			1	
2	1	0				
3	1	1				

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Situação 0: representa a ausência de veículos em ambas as ruas (A=0 e B=0). Assim, é irrelevante qual sinal permanece aceso. Em situações **irrelevantes**, utiliza-se o símbolo ∅ para indicar que as variáveis podem assumir 0 ou 1
- Situação 1: representa presença de veículos na rua B e ausência de veículos na Rua A. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua B e lembrar da convenção

Se G2=1 então	
Vermelho do sinal 1 aceso	R1 = 1
Verde do sinal 1 apagado	G1 = 0
Vermelho do sinal 2 apagado	R2 = 0

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0				
3	1	1				

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Situação 2: representa presença de veículos na rua A e ausência de veículos na Rua B. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua A

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1			
3	1	1				

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Situação 2: representa presença de veículos na rua A e ausência de veículos na Rua B. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua A e lembrar da convenção

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1				

Se G1=1 então	
Vermelho do sinal 1 apagado	R1 = 0
Verde do sinal 2 apagado	G2 = 0
Vermelho do sinal 2 aceso	R2 = 1

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Situação 2: representa presença de veículos na rua A e ausência de veículos na Rua B. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua A e lembrar da convenção

Se G1=1 então	
Vermelho do sinal 1 apagado	R1 = 0
Verde do sinal 2 apagado	G2 = 0
Vermelho do sinal 2 aceso	R2 = 1

- Situação 3: representa a presença de veículos em ambas as ruas. Nesse caso, o sinal verde para a rua A deve permanecer aceso, pois ela é preferencial

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1			

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Situação 2: representa presença de veículos na rua A e ausência de veículos na Rua B. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua A e lembrar da convenção

Se G1=1 então	
Vermelho do sinal 1 apagado	R1 = 0
Verde do sinal 2 apagado	G2 = 0
Vermelho do sinal 2 aceso	R2 = 1

- Situação 3: representa a presença de veículos em ambas as ruas. Nesse caso, o sinal verde para a rua A deve permanecer aceso, pois ela é preferencial, aplicando-se, novamente, a convenção acima

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Na situação 0, com saídas irrelevantes, tanto faz qual sinal permanece aceso. Portanto, é possível adotar que o verde do sinal 2 permaneça aceso

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Na situação 0, com saídas irrelevantes, tanto faz qual sinal permanece aceso. Portanto, é possível adotar que o verde do sinal 2 permaneça aceso
- Isso nos leva a uma tabela verdade com novos valores preenchidos para a situação 0

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0			1	
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Na situação 0, com saídas irrelevantes, tanto faz qual sinal permanece aceso. Portanto, é possível adotar que o verde do sinal 2 permaneça aceso
- Isso nos leva a uma tabela verdade com novos valores preenchidos para a situação 0, lembrando que

Se G2=1 então Vermelho do sinal 1 aceso Verde do sinal 1 apagado Vermelho do sinal 2 apagado	 R1 = 1 G1 = 0 R2 = 0

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Cada saída, G1, R1, G2, R2 terá um circuito independente
- Iniciando pela escrita da expressão de G1, em quais situações G1 acende?

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Iniciando pela escrita da expressão de G1, em quais situações G1 acende? Nas Situações 2 **OU** 3
  - **Situação 2:**
  - G1=1 quando A = 1 e B = 0, ou seja, A = 1 e $\bar{B}$ = 1
  - Usando uma porta **E**, é possível escrever G1=1 quando $A.\bar{B}$ =1
  - **Situação 3:**
  - G1=1 quando A = 1 e B = 1
  - Portanto, G1=1 quando A.B =1
- Como tem-se G1=1 na Situação 2 **OU** Situação 3, uma porta **OU** contendo as expressões tanto da Situação 2 quanto da Situação 3 resultará no valor 1 nesses casos, que representa a situação referente ao verde aceso do semáforo 1
  - $G1 = A.\bar{B} + A.B$

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

- Agora, em quais situações R1 acende? Nas Situações 0 **OU** 1
  - **Situação 0:**
  - R1=1 quando A = 0 e B = 0, ou seja, $\bar{A} = 1$ e $\bar{B} = 1$
  - Usando uma porta **E**, é possível escrever R1=1 quando $\bar{A}.\bar{B} = 1$
  - **Situação 1:**
  - R1=1 quando A = 0 e B = 1
  - Portanto, R1=1 quando $\bar{A}.B = 1$
- Como tem-se R1=1 na Situação 0 **OU** Situação 1, uma porta **OU** contendo as expressões tanto da Situação 0 quanto da Situação 1 resultará no valor 1 nesses casos, que representa a situação referente ao vermelho aceso do semáforo 1
  - $R1 = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.B$

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

Exercício

- Escrevas as expressões quando
  - G2 = 1
  - R2 = 1

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

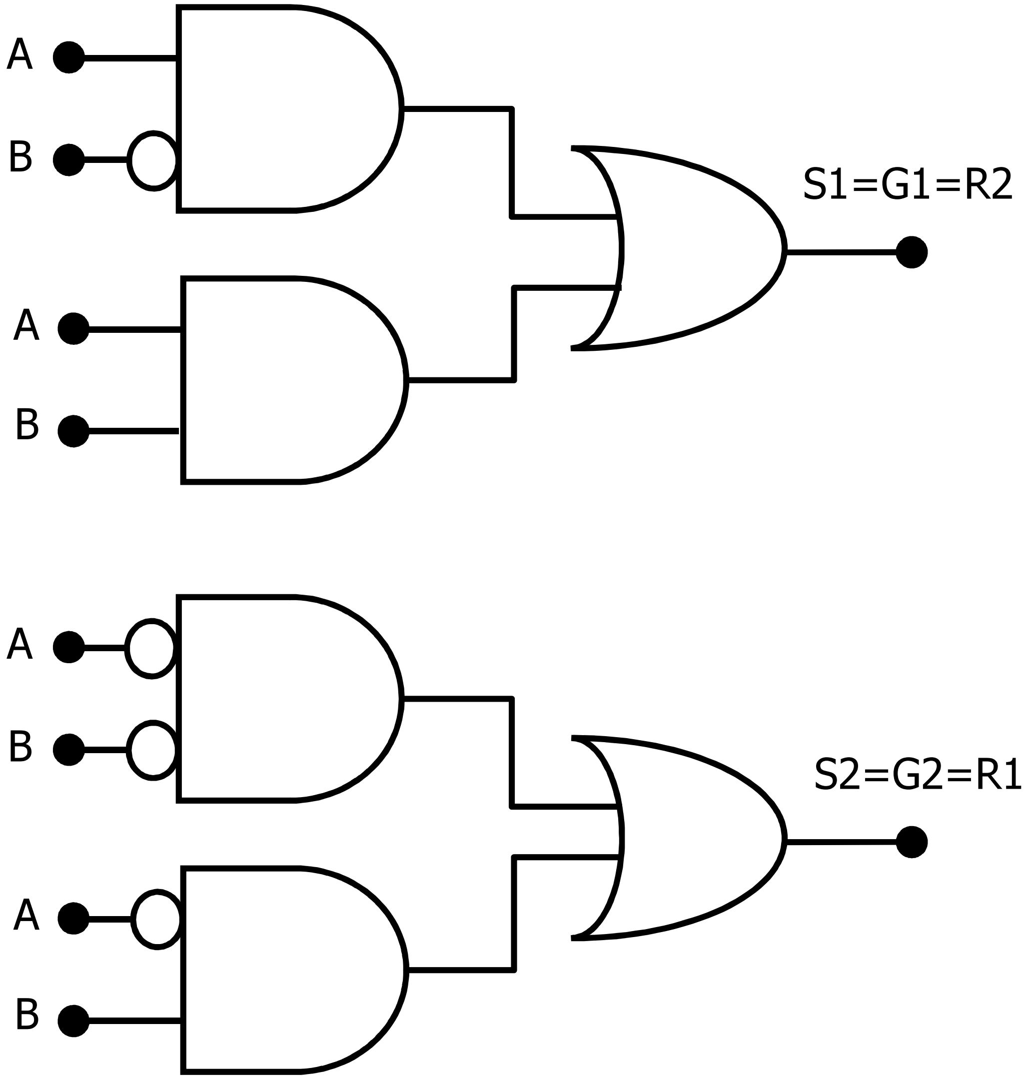
Solução

- G2=1 nas situações 0 OU 1
  - Situação 0: $\bar{A}.\bar{B} = 1$
  - Situação 1: $\bar{A}.B = 1$
  - Portanto, $G2 = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.B$
- R2=1 nas situações 2 OU 3
  - Situação 2: $A.\bar{B} = 1$
  - Situação 3: $A.B = 1$
  - Portanto, $R2 = A.\bar{B} + A.B$

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

Exemplo de Circuito com 2 Variáveis

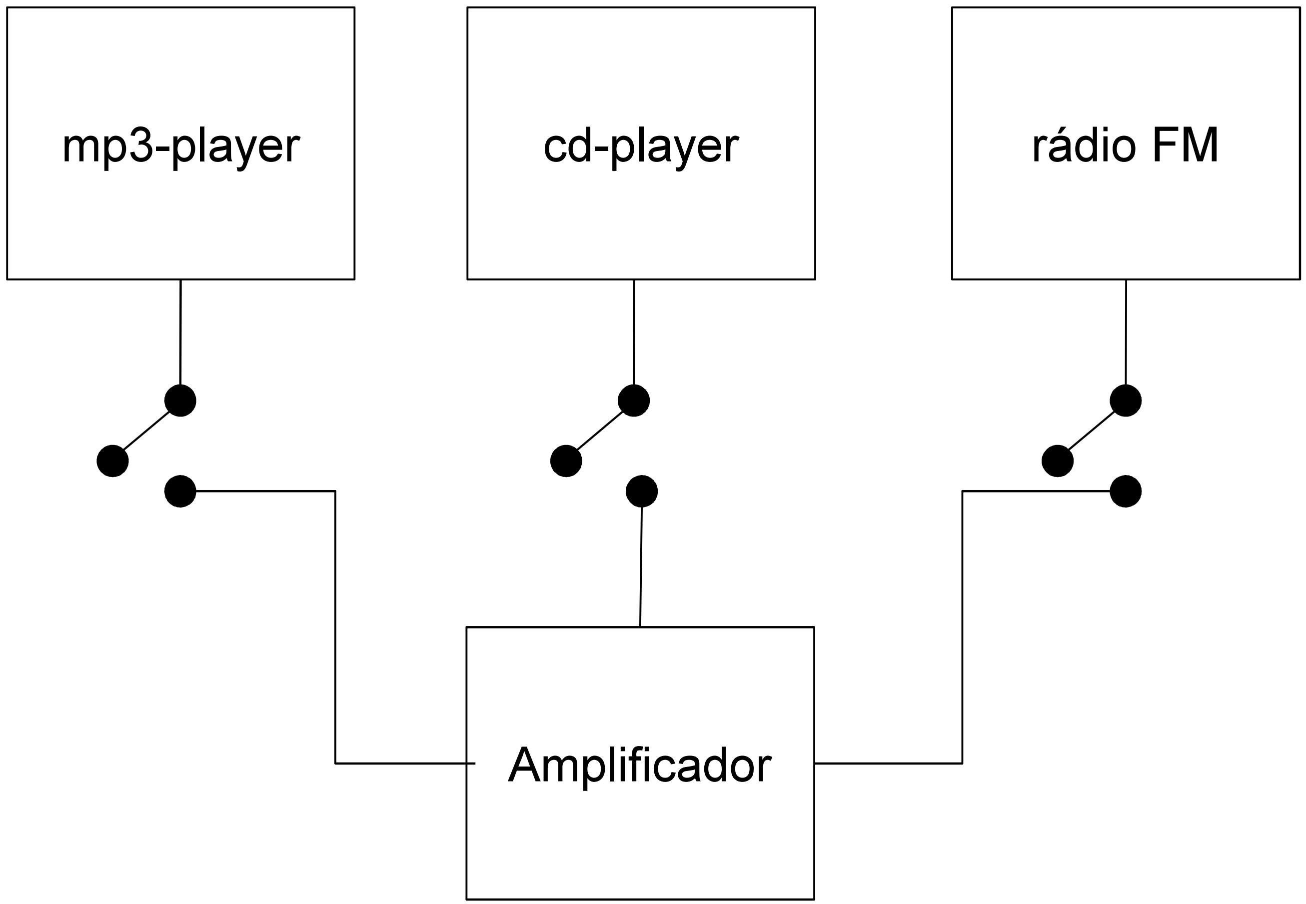
- Em resumo:
  - $G1 = A.\bar{B} + A.B$
  - $R1 = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.B$
  - $G2 = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.B$
  - $R2 = A.\bar{B} + A.B$
- Ou seja,
  - $G1 = R2 = A.\bar{B} + A.B$
  - $G2 = R1 = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.B$



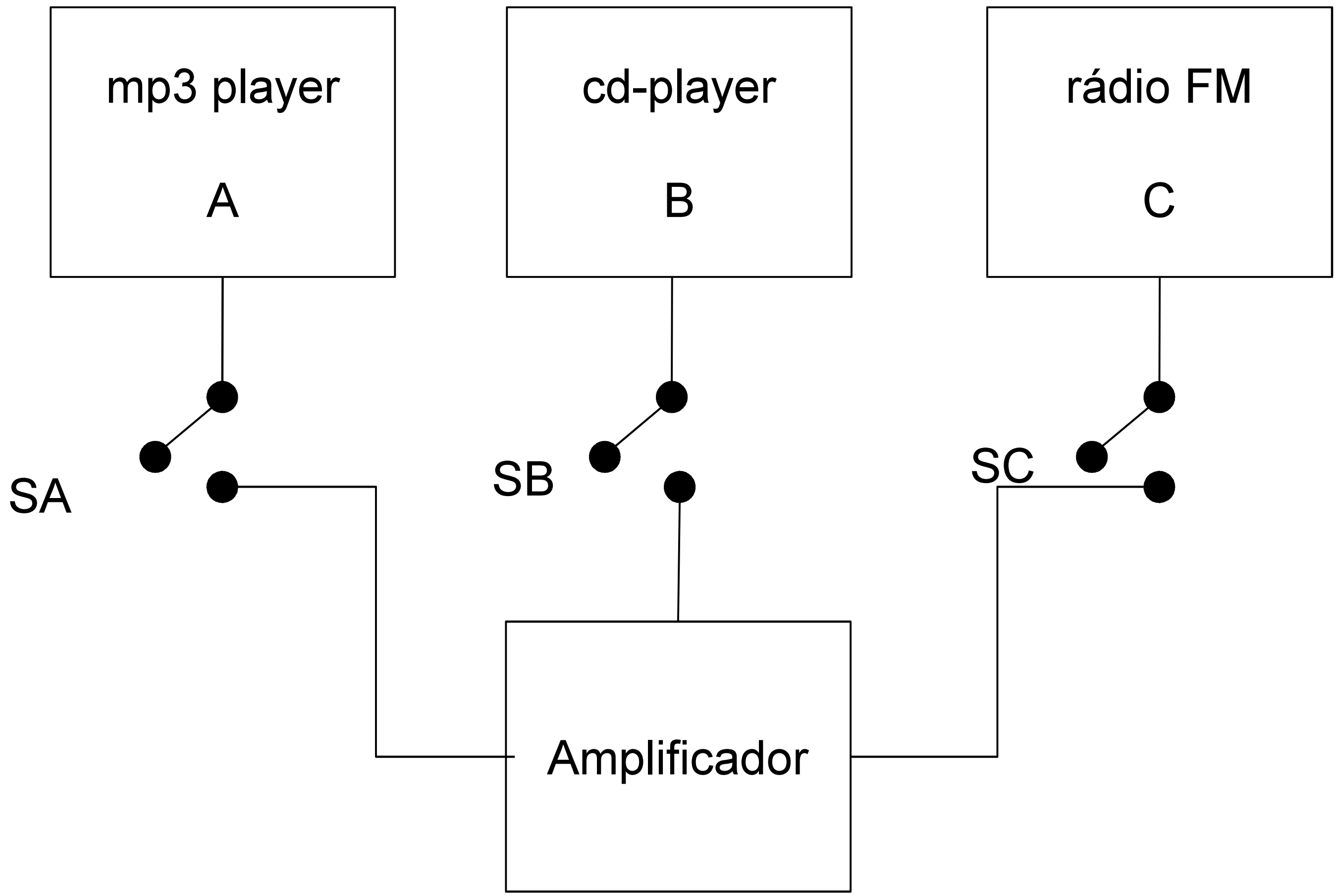
Exercício

- Deseja-se usar um amplificador para ligar 3 aparelhos, mp3-player, cd-player e rádio FM, com a seguinte prioridade
  - Prioridade 1: mp3-player
  - Prioridade 2: cd-player
  - Prioridade 3: rádio FM
- Isso significa que quando não houver uma música tocando no mp3 ou cd, o rádio FM deve permanecer ligado ao amplificador
- Ao ligar o cd-player, automaticamente, ele deve ser ligado à entrada do amplificador, pois tem prioridade sobre o rádio
- Ao ligar o mp3-player ele deverá ser conectado ao amplificador, por ter prioridade 1

Exercício



Exercício



Exercício

- Convenções
  - A: estado de operação do mp3-player
    - A=1 ligado; A=0 desligado
  - B: estado de operação do cd-player
  - C: estado de operação do rádio FM
  - SA: saída (chave) que dará a A prioridade 1
  - SB: saída (chave) que dará a B prioridade 2
  - SC: saída (chave) que dará a C prioridade 3
- Logo, se:
  - SA=1 (chave SA fechada) então A está ligado ao amplificador
  - SB=1 então B está ligado ao amplificador
  - SC=1 então C está ligado ao amplificador

Exercício

Situação	A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	0			
1	0	0	1			
2	0	1	0			
3	0	1	1			
4	1	0	0			
5	1	0	1			
6	1	1	0			
7	1	1	1			

Exercício

- Nos casos irrelevantes, vamos assumir que nenhum aparelho fica ligado ao amplificador

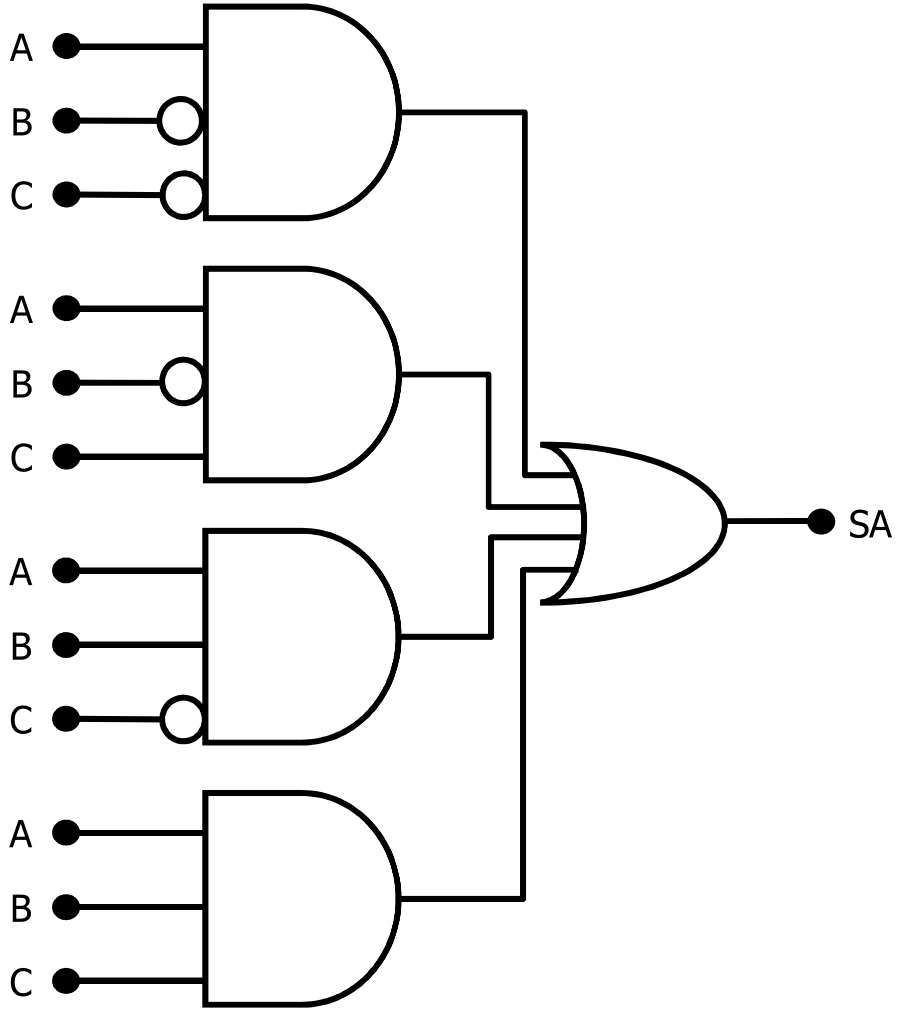
Situação	A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	0	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
1	0	0	1	0	0	1
2	0	1	0	0	1	0
3	0	1	1	0	1	0
4	1	0	0	1	0	0
5	1	0	1	1	0	0
6	1	1	0	1	0	0
7	1	1	1	1	0	0

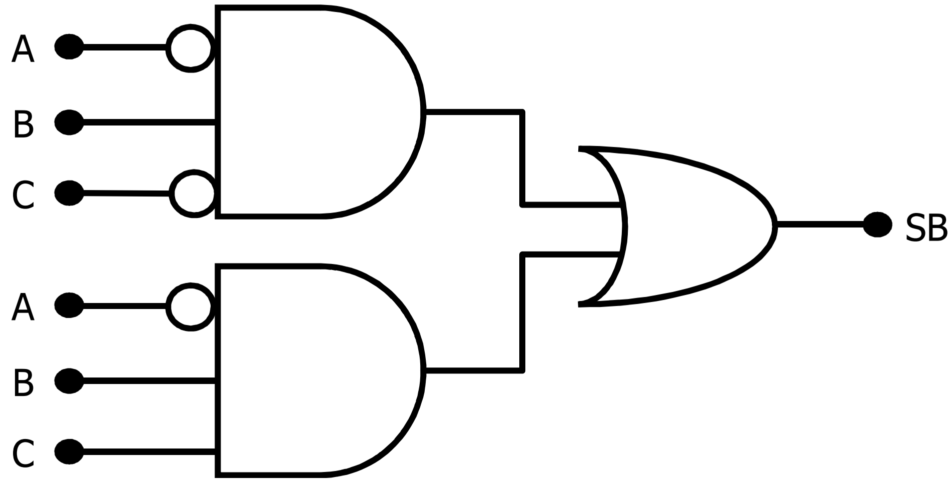
Solução

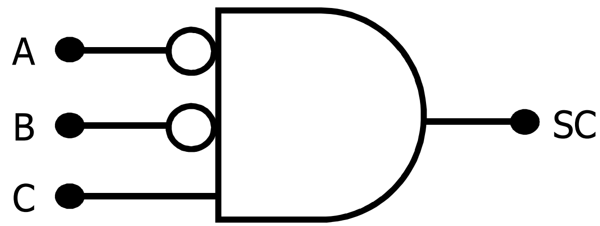
- $SC=\bar{A}.\bar{B}.C$
- $SB=\bar{A}.B.C' + \bar{A}.B.C$
- $SA=A.B'.C' + A.B'.C + A.B.C' + A.B.C$

Situação	A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1
2	0	1	0	0	1	0
3	0	1	1	0	1	0
4	1	0	0	1	0	0
5	1	0	1	1	0	0
6	1	1	0	1	0	0
7	1	1	1	1	0	0

Solução







Exemplo com 4 variáveis

- Suponha que a tabela verdade ao lado represente uma problema qualquer, do qual desejamos obter a expressão, para então montar o circuito

Situação	A	B	C	D	S
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

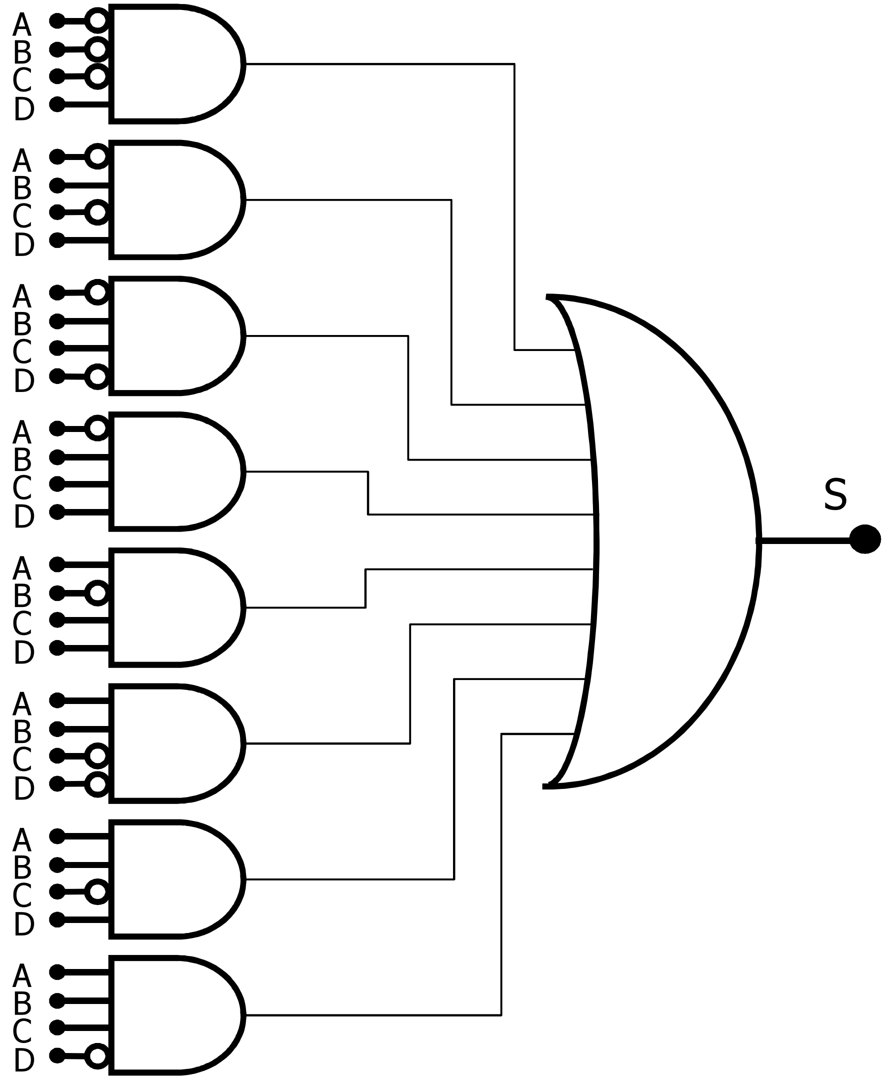
Exemplo com 4 variáveis

- S=1 nas situações
  - 1, 5, 6, 7, 11, 12, 13 ou 14
- Portanto,
  - S = A'.B'.C'.D + A'.B.C'.D + A'.B.C.D' + A'.B.C.D + A.B'.C.D + A.B.C'.D' + A.B.C'.D + A.B.C.D'

Situação	A	B	C	D	S
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

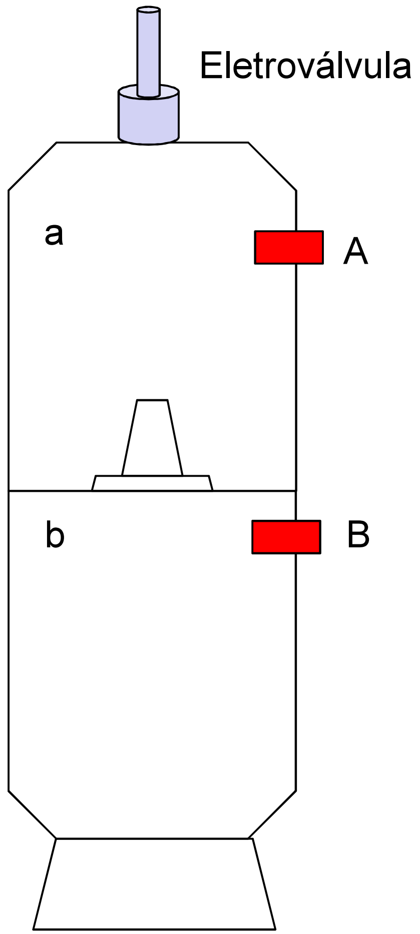
Exemplo com 4 variáveis

- S=1 nas situações
  - 1, 5, 6, 7, 11, 12, 13 ou 14
- Portanto,
  - S = A'.B'.C'.D + A'.B.C'.D + A'.B.C.D' + A'.B.C.D + A.B'.C.D + A.B.C'.D' + A.B.C'.D + A.B.C.D'



Exercício

- Elaborar um circuito lógico que permita encher automaticamente um filtro de água de dois recipientes e vela
- A eletroválvula deve permanecer aberta (entrada de água) quando a saída do circuito for 1 e permanecerá fechada quando a saída for 0
- O controle é efetuado por 2 eletrodos, A e B, colocados nos recipientes **a** e **b**, respectivamente



Exercício

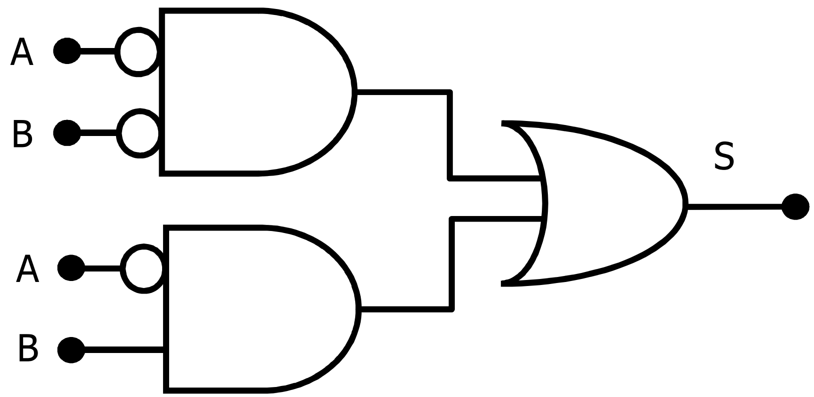
- Elaborar um circuito lógico que permita encher automaticamente um filtro de água de dois recipientes e vela
- A eletroválvula deve permanecer aberta (entrada de água) quando a saída do circuito for 1 e permanecerá fechada quando a saída for 0
- O controle é efetuado por 2 eletrodos, A e B, colocados nos recipientes **a** e **b**, respectivamente

- Convenção
  - Se o recipiente **a** está cheio então eletrodo A=1
  - Se o recipiente **a** está vazio então eletrodo A=0
  - Se o recipiente **b** está cheio então eletrodo B=1
  - Se o recipiente **b** está vazio então eletrodo B=0

Solução

- Nesse problema, a eletroválvula deve permanecer aberta (S=1) nas situações 0 ou 1
- Portanto,
  - $S = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.B$

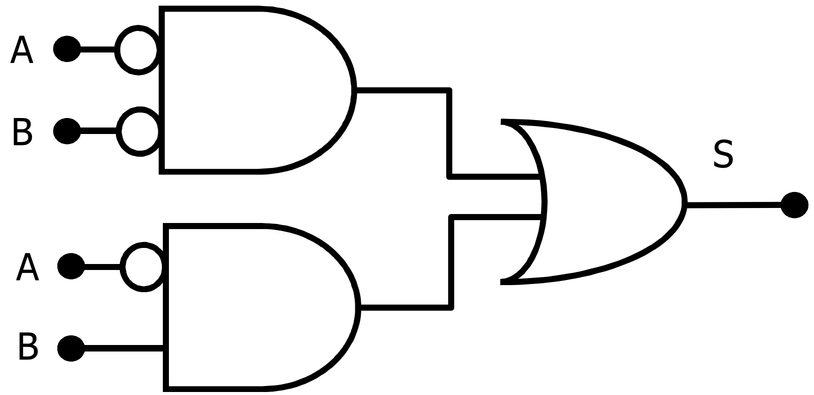
Situação	A	B	S
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	0



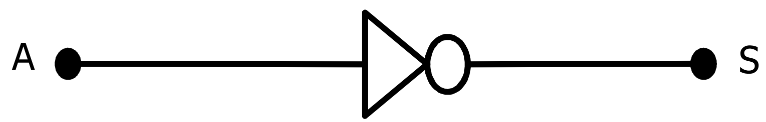
Simplificando o Circuito Anterior

- Observe que
  - $S = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.B$
- Pela propriedade distributiva
  - $\alpha.(\beta+\gamma) = \alpha.\beta + \alpha.\gamma$
  - Fazendo $\alpha=\bar{A}$, $\beta=\bar{B}$, $\gamma=B$
- Portanto
  - $S = \bar{A}.(\bar{B} + B)$
  - $S = \bar{A}.(1)$
  - $S = \bar{A}$

- Circuito antes da simplificação

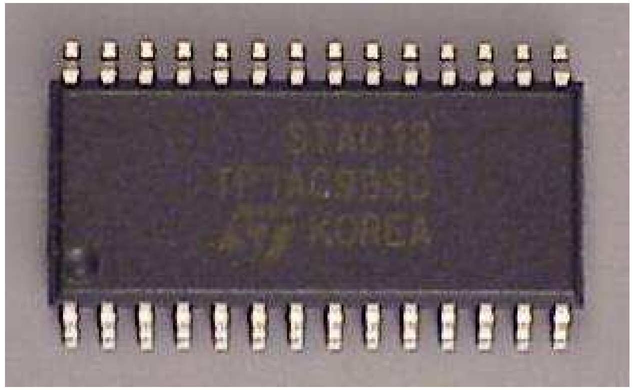


- Circuito após a simplificação



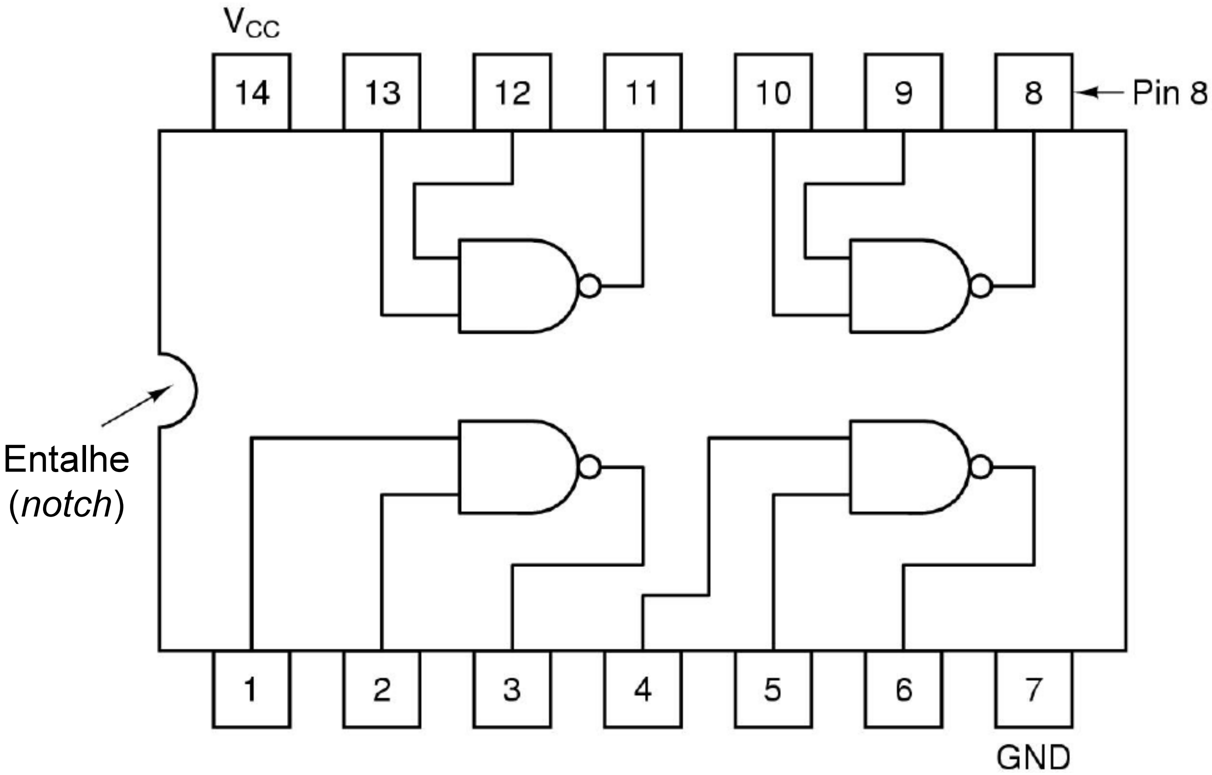
Circuitos Integrados

- As portas não são vendidas individualmente, mas agrupadas em um **circuito integrado (chip)**
  - SSI (*Small Scale Integration*)
    - ~1 a 10 portas
  - MSI (*Medium Scale Integration*)
    - ~10 a 100 portas
  - LSI (*Large Scale Integration*)
    - ~100 a 100.000 portas
  - VLSI (*Very Large Scale Integration*)
    - ~100.000 a 1.000.000 portas
  - ULSI (*Ultra Large Scale Integration*)
    - Acima de 1.000.000 portas



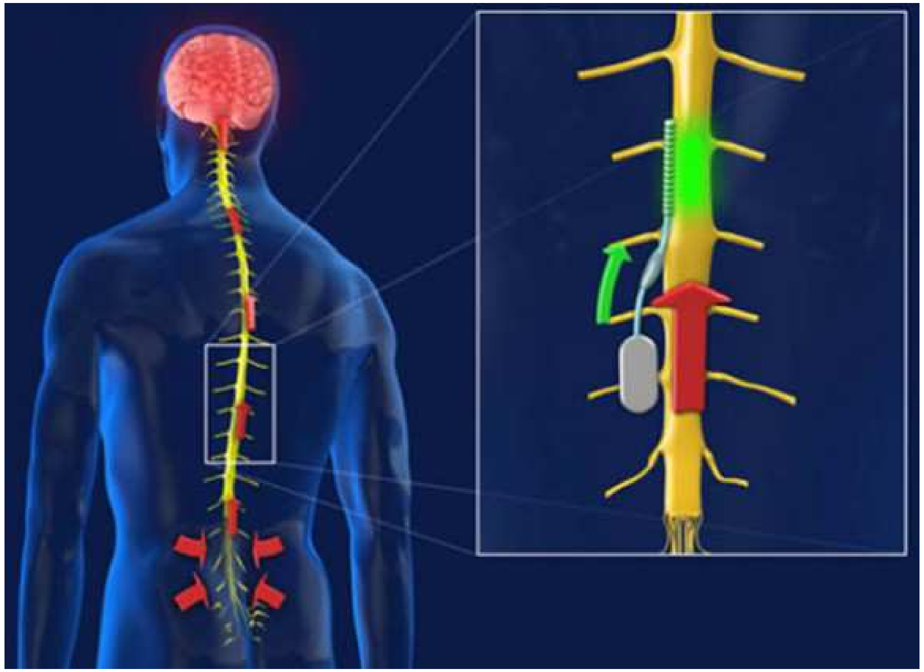
Circuitos Integrados

- Exemplo de um chip SSI com 4 portas



Circuitos Integrados

- Pesquisadores australianos desenvolveram um chip inteligente que pode eliminar os sinais de dor que viajam da medula espinal ao cérebro
- Esta invenção visa aliviar o desconforto para aqueles que sofrem de dor crônica



Resumo

- Vimos como é possível obter um circuito, a partir da especificação de um problema, enumerando todas as situações em uma tabela verdade
- A partir da tabela verdade, a expressão característica do circuito é obtida e o circuito por então ser montado
- Entretanto, essa forma de obter a expressão característica a partir da tabela verdade nem sempre leva a uma expressão simplificada, o que pode resultar em circuitos mais complexos (mais portas) do que o realmente necessário (maior custo)
- Na próxima apresentação veremos como simplificar algebricamente as expressões obtidas por tabelas verdade

Slides baseados em:

- Idoeta, I.V. & Capuano, F.G.; Elementos de Eletrônica Digital, 12ª. edição, Érica, 1987.
- E. Mendelson; Álgebra booleana e circuitos de chaveamento, McGraw-Hill, 1977.