
III OLIMPÍADA REGIONAL
DE MATEMÁTICA
DE RIBEIRÃO PRETO

Nível II
8º e 9º ano do Ensino Fundamental
FASE FINAL - 29 de Novembro de 2008

Nome do aluno: _____ Telefone: () _____

Nome da escola: _____ Série: _____

INSTRUÇÕES

1. A prova pode ser feita a lápis ou caneta (é preferível a caneta).
 2. Preencha a folha de respostas com seu nome, data de nascimento e não se esqueça de assiná-la.
 3. A duração da prova é de 4 horas.
 4. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
 5. Os espaços em branco na prova podem ser usados como rascunho.
 6. Ao terminar a prova, entregue ao professor as folhas de respostas.
-

(Cada problema vale 10 pontos. Total de pontos 50)

Escreva as soluções completas dos problemas nas folhas de respostas com sua identificação. Tudo que você escrever será levado em conta na avaliação. **Justifique cada uma das respostas.**

1. Mateus e Paola têm vários filhos. Cada filho tem o dobro de irmãs que de irmãos. Cada filha tem duas irmãs a mais que irmãos. Quantos filhos e filhas tem o casal?
2. Luizinho, bem contente e emocionado fala para sua professora de matemática:
- Professora, um tio me mostrou um truquezinho para a multiplicação por nove!
A professora, com um certo ar de desconfiança e curiosidade pergunta:
- Como assim?
- Olhe – responde Luizinho –, se você quer multiplicar $n \in \{2, 3, 4, \dots, 9\}$ por 9, bastará abrir suas duas mãos e dobrar seu dedinho que está na n -ésima posição (contando de esquerda para a direita é claro). O número de dedos que ficará à esquerda do dedo que dobrou (o da n -ésima posição) corresponderá ao primeiro algarismo do resultado e o número de dedos à direita do dedinho dobrado corresponderá ao segundo algarismo do resultado! – concluiu o emocionado Luizinho –.
A professora, depois de conferir que a tal regrinha funcionava mesmo, pensou e respondeu:

- Olha só Luizinho, temos que tomar muito cuidado com essas regrinhas que têm por aí. Você já percebeu que a regra não funciona na multiplicação por um outro número diferente de nove? O perigo dessa regrinhas – continua a professora –, é que elas podem nos confundir depois de um certo tempo, e principalmente, só funcionam em certos casos e isto pode levar você a cometer muitos erros!

Luizinho depois de pensar e mostrar um certo desapontamento comenta:

- Acho que você tem razão professora

E logo com um olhar desafiante pergunta:

- Mas, por que ela funciona para a multiplicação por nove?

Você é capaz de ajudar à professora e responder a pergunta do inquieto Luizinho?

3. Determine todos os triângulos retângulos que satisfazem as seguintes propriedades: o perímetro é 24 e os lados têm como comprimento números inteiros.
4. O vidraceiro João possui uma peça de vidro em forma triangular. João, que gosta e sabe geometria, percebe que é possível cortar a peça de vidro e obter um círculo de raio r . Prove que, para qualquer número natural n é possível cortar a peça de vidro e obter n^2 círculos de raio $\frac{r}{n}$ (suponha que sempre é possível fazer cortes perfeitos).
5. Seja p um número primo. Determine todos os números inteiros que k pode assumir para que $\sqrt{k^2 - k \times p}$ seja um número natural.