**VI OLIMPÍADA REGIONAL** **Nível III**

**DE MATEMÁTICA** Ensino Médio

**DE RIBEIRÃO PRETO** Fase de Seleção - 01 a 02 de setembro de 2011

Nome do Aluno (a):______________________________

**INSTRUÇÕES**
1. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
2. Preencha a ficha de respostas com seu nome, data de nascimento e não se esqueça de assiná-la.
3. A duração da prova é de 4 horas.
4. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
5. Os espaços em branco na prova podem ser usados como rascunho.
6. Ao final da prova, entregue ao professor a ficha de respostas, a prova e os rascunhos.
7. O gabarito estará disponível no site `http://dcm.ffclrp.usp.br/mat/olimpiada` a partir do dia 05 de setembro.

**(Cada questão vale 1 ponto)**

1. Cada questão tem 5 alternativas de respostas: (A), (B), (C), (D) e (E), e apenas uma delas é correta.
2. Para cada questão marque a alternativa na ficha de respostas, preenchendo o espaço dentro do círculo correspondente.

(A) (B) (C) (D) (E)

3. Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá o ponto da questão, mesmo que uma das alternativas seja a correta.

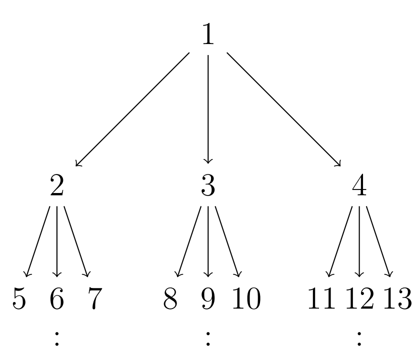
1. Em uma lanchonete há 6 vasilhames com capacidades para 5, 8, 9, 11, 15 e 16 litros de suco. Cada um contém apenas um tipo de suco e todos estão cheios. Um deles contém suco de laranja e os demais contém suco de limão e de uva. Sabendo que a quantidade total de suco de uva é a metade da quantidade total de suco de limão, quantos litros de suco de uva há?

   (A) 8 (B) 13 (C)16 (D)19 (E) 20

2. Quantos números primos podem ser escritos como $n^3 - 1$ com $n$ inteiro e $n > 1$?

   (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

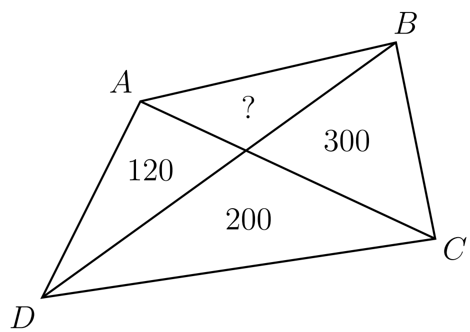
3. (Olimpíada Mineira de Matemática- 2008 - adaptada) Costruímos uma tabela com todos os números naturais seguindo o padrão mostrado nas três primeiras linhas:



Sabe-se que:
- Todos os números naturais aparecem uma única vez;
- 1 gera 2, 3 e 4;
- 2 gera 5, 6, e 7; 3 gera 8, 9 e 10 e 4 gera 11, 12 e 13;
- Cada número gera exatamente três números seguindo a lei de formação descrita.
Quem gerou 2008?

(A)578 (B) 669 (C) 734 (D)1004 (E)1279

4. Um bolo tem o formato de um quadrilátero. Ao cortar o bolo pelas diagonais obtemos quatro pedaços como é mostrado na figura. Eu comi um dos pedaços e depois pesei os outros três. Um pedaço pesava 120 g (g é gramas), um outro 200 g e um terceiro 300 g (veja a figura). Se o bolo em questão tem o mesmo peso por unidade de volume, quanto pesava o pedaço de bolo que comi?

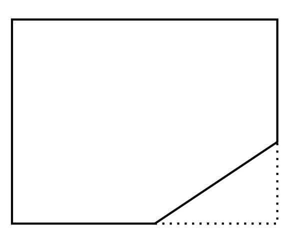



(A)120 g (B) 180 g (C) 280 g (D) 330 g (E) 550 g

5. Considere o produto de todos os múltiplos positivos de 6 que são menores que 1000. Encontre o número de zeros com que termina este produto.

(A) nenhum (B) 10 (C) 20 (D) 30 (E) 40

6. Um pentágono (não regular) pode ser construído ao cortar um canto triangular de um pedaço de papel retangular, veja a figura abaixo. Suponha que os cinco lados do pentágono resultante têm comprimentos 13, 19, 20, 25 e 31 (porém não necessariamente nesta ordem). Qual a área do pentágono?



(A) 459 (B)600 (C)680 (D) 720 (E) 745

7. Considere as duas seguintes frações infinitas

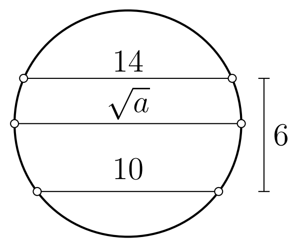
$$A = 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \dots}}}, \qquad B = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \dots}}}.$$

Encontre o valor de

$$A + B - \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B}\right).$$

(A) 1/2 (B) 3 (C) 5 (D) 0 (E) nenhuma das anteriores

8. Duas cordas paralelas em um círculo têm comprimento 10 e 14, e a distância entre elas é 6 (veja a figura abaixo). Neste caso, a origem do círculo está entre as duas cordas. Uma terceira corda paralela a outras duas cordas se encontra à mesma distância de cada uma e apresenta comprimento $\sqrt{a}$. Determine o valor de $a$.




(A) 144 (B) 156 (C) 168 (D) 176 (E) 184

9. Utilizando a Matemática para resolver problemas de Biologia, surgem interessantes funções, como por exemplo a de Fibonacci. Nesse caso, podemos contar o número total de células $F(n)$ em função do número de passagens do tempo $n$ como

$$F(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ 1, & \text{se } n = 1, \\ F(n-1) + F(n-2), & \text{outros casos.} \end{cases}$$

Dois programas de computador, um "esperto" e outro "não-tão-esperto", foram criados para calcular o número total de células automaticamente. O "esperto" anota o valor de $F(\cdot)$ cada vez que tem que calcular um $F(\cdot)$ novo para poder usar mais tarde caso o mesmo $F(\cdot)$ seja requerido. O programa "não-tão-esperto" não anota nada e cade vez que precisa de $F(\cdot)$, começa tudo de novo. Sendo assim, quantas vezes a mais o "não-tão-esperto" calcula o valor de $F(9)$ em relação ao "esperto" quando pedimos para ambos calcularem $F(15)$?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 12

10. Suponha que no final de cada ano uma certa unidade monetária perde 10 porcento do seu valor em relação ao início do ano. Qual é o menor número inteiro $n$ (das opções apresentadas) para o qual depois de $n$ anos a respectiva unidade monetária perde 90 porcento de seu valor? Caso ache necessário considere $\log(3) = 0,48$.

(A) nunca (B)20 (C)25 (D) 30 (E) 35