
IV OLIMPIÁDA REGIONAL
DE MATEMÁTICA
DE RIBEIRÃO PRETO

Nível III

Ensino Médio

FASE FINAL - 28 de Novembro de 2009

Nome do Aluno: _____ Telefone: () _____

Nome da Escola: _____ Série: _____

Professor(a) de Matemática: _____

INSTRUÇÕES

1. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
2. Preencha a ficha e folha de respostas com seu nome, data de nascimento e não se esqueça de assiná-lo.
3. A duração da prova é de 4 horas.
4. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
5. Os espaços em branco na prova podem ser usados como rascunho.
6. Ao final da prova, entregue ao professor a ficha e as folhas de respostas.

(Cada problema vale 10 pontos. Total de pontos 50)

Escreva as soluções completas dos problemas nas folhas de respostas com sua identificação. Tudo que você escrever será levado em conta na avaliação. **Justifique cada uma das respostas.**

1. Um triângulo ABC tem lados de comprimento 5, 12 e 13, respectivamente. Qual é o raio da circunferência que passa pelos vértices do triângulo ?
2. Se $a^2 + b^2 = 1$ e $c^2 + d^2 = 1$, qual é o valor máximo de $ac + bd + 1$?
3. Em uma sequência de 6 números, o primeiro número é 4 e o último é 47. Do terceiro número em diante, todo número é igual a soma dos dois números anteriores. Se S é a soma dos números da sequência, encontre o valor de S .
4. Se

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}}$$

e $f^2(x) = f(f(x))$, $f^3(x) = f(f^2(x)) \dots$ para quais valores de n se tem $f^n(x) = f(x)$?

5. Dados três números reais $A > 0$, $B > 0$ e ϕ , encontrar dois números reais C e η em função de A , B e ϕ de tal maneira que a seguinte igualdade seja satisfeita:

$$A \sin(\phi) + B \cos(\phi) = C \cos(\phi + \eta).$$