

Nome do Aluno (a): _____

INSTRUÇÕES

1. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
2. Preencha a ficha de respostas com seu nome, data de nascimento e não se esqueça de assiná-la.
3. A duração da prova é de 4 horas.
4. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
5. Os espaços em branco na prova podem ser usados como rascunho.
6. Ao final da prova, entregue ao professor a ficha de respostas da parte A e a sua resolução da parte B.
7. O gabarito estará disponível no site <http://dfm.ffclrp.usp.br/mat/olimpiada> a partir do dia 28/09/09

Parte A

(Cada problema vale 4 pontos)

1. Cada questão tem 5 alternativas de respostas: (A), (B), (C), (D) e (E), e apenas uma delas é correta.
2. Para cada questão marque a alternativa na ficha de respostas, preenchendo o espaço dentro do círculo correspondente.

(A) (B) (C) (D) (E)

3. Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas seja a correta.

1. A soma dos quadrados de três números inteiros positivos é 134 e a soma dos produtos desses números tomados dois a dois é 95. Qual é a soma desses três números?

(A) 12 (B) 18 (C) 22 (D) 30 (E) 31

2. Ano passado, o gerente de uma grande loja de brinquedos, “A Brinquedoteca”, resolveu fazer uma promoção de Natal. De 01 a 25 de Dezembro, todos os brinquedos teriam um desconto de 25%. Entretanto, dia 10 de novembro, deste mesmo ano, ele aumentou em 15% o valor dos brinquedos. João, antecipando sua compras de Natal, comprou um carro de controle remoto para seu filho um dia antes deste aumento de preços, dia 09 de novembro. Quanto ele teria economizado se tivesse comprado este presente durante a promoção de Natal?

(A) 10% (B) 13,75% (C) 15% (D) 25% (E) 50%

3. Uma pousada receberá uma excursão de alunos de Matemática. Pensando na distribuição do grupo entre os quartos da pousada, o gerente chegou a seguinte conclusão: se hospedarmos 7 pessoas em cada quarto da pousada, um quarto ficará sem hóspedes. Se hospedarmos 5 pessoas em cada quarto, ficará 1 hóspede sem quarto. Qual é a soma do número de hóspedes e do número de quartos?

- (A) 23 (B) 24 (C) 25 (D) 26 (E) 27

4. Qual é o valor da seguinte soma:

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{999} + \sqrt{1000}}.$$

- (A) 1 (B) 9 (C) $\sqrt{10}$ (D) $10\sqrt{10}$ (E) $10\sqrt{10} - 1$

5. Em um grupo de 160 alunos, todos têm aulas de idiomas: inglês, francês ou alemão. Metade dos alunos que têm aulas de alemão também têm aulas de inglês e o número de alunos que têm aulas de inglês é o dobro do número de alunos que têm aulas de alemão. 50 alunos têm apenas aulas de inglês e 50 alunos têm apenas aulas de francês. 80 alunos não têm aulas de francês e somente 5 participam dos três cursos. Quantos alunos têm aulas de inglês e alemão?

- (A) 17 (B) 22 (C) 35 (D) 50 (E) 80

6. Todos os ônibus da linha centro-HC passam pela rodoviária de 7 em 7 minutos. Se um ônibus passou às 15h42min, quem chegar a rodoviária às 18h03min esperará quantos minutos pelo próximo ônibus?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

7. Uma pessoa retira 70,00 reais de um banco, recebendo 10 notas, algumas de 10 reais e outras de 5 reais. Calcule quantas notas de 5 reais a pessoa recebeu.

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

8. Considere a sequência a seguir:

$$\begin{aligned} 1 \times 9 + 2 &= 11 \\ 12 \times 9 + 3 &= 111 \\ 123 \times 9 + 4 &= 1111 \end{aligned}$$

Nestas condições, é verdade que o número 1111111111 pode ser escrito como

- (A) $123456 \times 9 + 6$ (B) $1234567 \times 9 + 8$ (C) $12345678 \times 9 + 9$
(D) $123456789 \times 9 + 10$ (E) $12345678910 \times 9 + 11$

9. O algarismo que se deve intercalar entre os algarismos do número 76 de modo que o numeral obtido seja divisível por 4 e 9 simultaneamente é:

- (A) 1 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

10. A rampa de acesso à garagem de um edifício sobre um terreno plano tem forma retangular e forma um ângulo de 60° com o solo. Sabendo-se que ao meio-dia a sombra da rampa tem área igual a $36m^2$, calcule a área da rampa.
- (A) 60 (B) 72 (C) 75 (D) 81 (E) 83
-

Parte B
(Cada problema vale 10 pontos)

Escreva as soluções completas dos dois problemas nas folhas de respostas com sua identificação. Tudo que você escrever será levado em conta na avaliação.

1. Para numerar as páginas do livro “Alice no país da matemática” foi necessário imprimir 2013 vezes o número 1. Quantas páginas tem esse livro?
2. Uma pessoa nasceu no século XIX e morreu no século XX, vivendo um total de 64 anos. Se o número formado pelos dois últimos algarismos do ano de seu nascimento é igual ao dobro do número formado pelos dois últimos algarismos do ano de sua morte, então no ano de 1900 quantos anos essa pessoa tinha?