

---

IV OLIMPÍADA REGIONAL  
DE MATEMÁTICA  
DE RIBEIRÃO PRETO

Nível II  
8<sup>o</sup> e 9<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental  
FASE FINAL - 28 de Novembro de 2009

---

Nome do Aluno: \_\_\_\_\_ Telefone: ( ) \_\_\_\_\_

Nome da Escola: \_\_\_\_\_ Série: \_\_\_\_\_

Professor(a) de Matemática: \_\_\_\_\_

**INSTRUÇÕES**

1. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
  2. Preencha a ficha e folha de respostas com seu nome, data de nascimento e não se esqueça de assiná-lo.
  3. A duração da prova é de 4 horas.
  4. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
  5. Os espaços em branco na prova podem ser usados como rascunho.
  6. Ao final da prova, entregue ao professor a ficha e as folhas de respostas.
- 

**(Cada problema vale 10 pontos. Total de pontos 50)**

Escreva as soluções completas dos problemas nas folhas de respostas com sua identificação. Tudo que você escrever será levado em conta na avaliação. **Justifique cada uma das respostas.**

---

1. Qual a soma dos algarismos do número  $\sqrt{2004 \times 2002 \times 1998 \times 1996 + 36}$ ?

2. a) Simplifique a expressão

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$$

b) Certo computador tem duas teclas especiais:  $\nabla$ ,  $\triangle$ . A tecla  $\nabla$  transforma o número  $x$  que está na tela em  $\frac{1}{x}$ . A tecla  $\triangle$  transforma o número  $x$  que está na tela em  $1 - x$ .

João tem um número na tela do computador e aperta sucessivamente, de forma alternada, as duas teclas. Após 1000 operações, a tela mostra o número 2004. Quais são os possíveis números que João tinha inicialmente na tela?

3. Considere a equação do segundo grau  $ax^2 + bx + c = 0$ , com  $a, b$  e  $c$  números inteiros. O número 93 é um possível valor para o discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$ ? E o número 94?
4. Os números inteiros positivos estão dispostos em fileiras horizontais da seguinte maneira:

				1				
			1	2	1			
		1	2	3	2	1		
	1	2	3	4	3	2	1	
1	2	3	4	5	4	3	2	1
				...				

Quantas fileiras horizontais devemos escrever para que a soma de todos os números da última fileira colocada seja 14400?

5. Na figura,  $ABCD$  é um quadrado cuja área é metade da área do triângulo  $XYZ$ . Qual é a razão entre  $XA$  e  $XY$ ?

