

Nome do Aluno (a): _____

INSTRUÇÕES

1. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
2. Preencha a ficha de respostas com seu nome, data de nascimento e não se esqueça de assiná-la.
3. A duração da prova é de 4 horas.
4. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
5. Os espaços em branco na prova podem ser usados como rascunho.
6. Ao final da prova, entregue ao professor a ficha de respostas da parte A e a sua resolução da parte B.
7. O gabarito estará disponível no site <http://dfm.ffclrp.usp.br/mat/olimpiada> a partir do dia 28/09/09

Parte A

(Cada problema vale 4 pontos)

1. Cada questão tem 5 alternativas de respostas: (A), (B), (C), (D) e (E), e apenas uma delas é correta.
2. Para cada questão marque a alternativa na ficha de respostas, preenchendo o espaço dentro do círculo correspondente.

(A) (B) (C) (D) (E)

3. Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas seja a correta.

1. Lúcia voltou da casa de Bruna fazendo o seguinte percurso: pegou carona com a mãe de Bruna até um ponto próximo e daí em diante caminhou até chegar em casa. Se o tempo de percurso no carro foi de 1 hora e 25 minutos e a caminhada durou 25 minutos, a que horas Lúcia saiu da casa de Bruna, sabendo que ela chegou em casa às 14h45min?

(A) 12h45min (B) 12h50min (C) 12h55min (D) 13hrs (E) 13h10min

2. Luana e Luciana tinham decidido viajar juntas no final de semana e tinham combinado que no final da viagem dividiriam todos os gastos igualmente. Durante o passeio Luana se encarregou de pagar a alimentação e a hospedagem, enquanto Luciana pagou o combustível e as despesas com entretenimento que ambas tiveram.

	Luana	Luciana
Alimentação	R\$ 54,77	
Combustível		R\$ 38,25
Hospedagem	R\$ 78,20	
Entretenimento		R\$ 39,50

Considerando os gastos indicados na tabela, quanto dinheiro Luciana deverá entregar a Luana de modo que se cumpra o combinado no início da viagem?

(A) R\$ 27 (B) R\$ 27,61 (C) R\$ 55,20 (D) R\$ 55,22 (E) R\$ 105,35

3. Uma imensa folha de papel tem espessura de $0,01\text{ mm}$ (mm denota a unidade de comprimento milímetros). Uma grande máquina corta a peça pela metade e coloca as duas peças resultantes uma sobre a outra de modo que seja formada uma pilha de papel. Novamente, a máquina corta pela metade a pilha de papel e empilha as quatro peças resultantes formando uma pilha com quatro folhas de papel. Se o processo continuar até a décima vez, qual será a altura em centímetros (cm) da pilha de papel resultante? (considere que $1\text{ cm} = 10\text{ mm}$)
- (A) $1,000\text{ cm}$ (B) $1,020\text{ cm}$ (C) $1,030\text{ cm}$ (D) $1,034\text{ cm}$ (E) $1,024\text{ cm}$
4. Comparando os números, decida qual alternativa está incorreta.
- (A) $\frac{4}{5} < \frac{6}{7}$ (B) $\sqrt{121} < (729)^{1/3}$ (C) $2^5 = 2^3 \times 2^2$ (D) $\frac{6}{11} < \frac{5}{9}$ (E) $\sqrt{49} < \frac{56}{7}$
5. Qual é o algarismo da unidade do produto $(10+1)(10^2+1)(10^3+1)(10^4+1)(10^5+1)$?
- (A) zero (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 5
6. João comenta com Carlitos: “Se você me der uma figurinha então ambos teremos igual número de figurinhas”. Carlitos responde em seguida: “já se você me der uma figurinha então eu terei o dobro de figurinhas que você!”. Qual é o número total de figurinhas que João e Carlitos têm em conjunto?
- (A) 8 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14
7. Qual o resto da divisão de $1 + 2 + 3 + \dots + 84$ por 9? (**sugestão:** Pode-se usar o fato de que o resto da divisão de um número por 9 é o mesmo resto da divisão da soma de seus algarismos por 9)
- (A) zero (B) 1 (C) 2 (D) 6 (E) 8
8. Três amigos viajarão na *Br101* partindo dos quilômetros 20, 470 e 3620, respectivamente. Farão paradas regulares a cada 150, 90 e 180 quilômetros, respectivamente. Sabendo que o amigo que partir do quilômetro 3620 viajará em sentido contrário aos outros dois, em quais quilômetros todos os três farão paradas?
- (A) 560, 920, 1820 (B) 920, 1820, 2720 (C) 920, 1820, 2700
(D) 1820, 2700, 3440 (E) 900, 1800, 2700
9. Determine a soma dos algarismos de um certo número inteiro que é maior que $(44)^2$, menor que $(45)^2$, que admite 5^2 como um de seus fatores e que é múltiplo de 13.
- (A) 13 (B) 11 (C) 12 (D) 15 (E) 14
10. Seu avô tem a opção de aplicar seu dinheiro com rendimento mensal líquido de 2 %, caso aplique mais de R\$ 100,00. Decide presentear-te com uma bicicleta que custa R\$ 600,00, que pode ser paga à vista com 5% de desconto ou parcelada em 3 vezes, uma entrada de R\$ 200,00 mais duas parcelas em 30 e 60 dias, de mesmo valor. Como ele possui R\$ 600,00, e caso compre parcelado aplicaria o restante do dinheiro, com qual forma de pagamento seu avô economizaria dinheiro? Qual o valor economizado, levando em conta o desconto obtido no pagamento à vista e os rendimentos obtidos no caso da compra parcelada?

- (A) à vista, R\$ 30,00 (B) parcelada, R\$ 17,84 (C) à vista, R\$ 17,84
(D) parcelada, R\$ 15,32 (E) à vista, R\$ 15, 32

Parte B
(Cada problema vale 10 pontos)

Escreva as soluções completas dos dois problemas nas folhas de respostas com sua identificação. Tudo que você escrever será levado em conta na avaliação.

1. João está resolvendo um dos exercícios da prova de Matemática e percebe que precisa marcar dois pontos que estejam a uma distância de 29 cm um do outro. Sabendo que João só possui três canetas de 10 cm , 12 cm e 15 cm de comprimento, como ele terá que proceder para realizar a desejada marcação e assim continuar resolvendo o exercício?
2. O encarregado do farol recebeu a informação de que haverá um corte de energia elétrica e que portanto deverá fazer com que o farol funcione com a ajuda de um gerador movido à querosene. O manual informa que o consumo do gerador é de 6 litros por hora de funcionamento e meio litro cada vez que for ligado. O encarregado sabe que o farol não pode ficar inoperante por mais de 10 minutos seguidos e uma vez ligado terá que funcionar interruptamente por pelos menos 15 minutos. Sabendo que a noite durará 10 horas, qual a quantidade mínima de querosene necessária para cumprir com as normas de funcionamento do farol?