## I OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE RIBEIRÃO PRETO

## Nível III

Ensino Médio

FASE FINAL - 08 de julho de 2006

Nome do Aluno (a):		

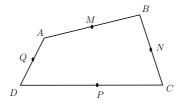
## INSTRUÇÕES

- 1. A prova pode ser feita a lápis ou caneta (é preferível a caneta).
- 2. Preencha a ficha e folha de respostas com seu nome, data de nascimento e não esqueça de assiná-lo.
- 3. A duração da prova é de 4 horas.
- 4. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- 5. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- 6. Ao final da prova, entregue ao professor a ficha e folhas de respostas.

## (Cada problema vale 10 pontos. Total de pontos 40)

Escreva as soluções completas dos problemas nas folhas de respostas com sua identificação. Tudo que você escrever será levado em conta na avaliação. **Justifique cada uma das respostas.** 

- 1. Prove que o polinômio  $x^3 2x^2 + ax 1/3$  não pode ter como raízes apenas números reais e positivos, qualquer que seja o valor do número a.
- 2. Considere um quadrilátero ABCD com diagonais AC e BD. Se M, N, P e Q são os pontos médios dos lados do quadrilátero, qual a relação entre o perímetro do quadrilátero MNPQ e as diagonais do quadrilátero ABCD?



- 3. Dizemos que um número k é um quadrado perfeito se  $k=n^2$  para algum número inteiro n. Sabendo isto verifique se existem quatro números naturais consecutivos cujo produto é um quadrado perfeito. Não esqueça justificar sua resposta.
- 4. Considere o produto de todos os múltiplos positivos do número 6 que são menores que 1000. Determine o número de zeros que aparecem no final do referido produto.