II OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE RIBEIRÃO PRETO

Nível III

Ensino Médio

1ª FASE - 01 de setembro de 2007

Nome do Aluno (a):_____

INSTRUÇÕES

1. A prova pode ser feita a lápis ou caneta (é preferivel a caneta).
2. Prencha a ficha de respostas com seu nome data de nascimento e não esqueça de assiná-lo.
3. A duração da prova é de 4 horas.
4. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
5. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
6. Ao final da prova, entregue ao professor a ficha de respostas.

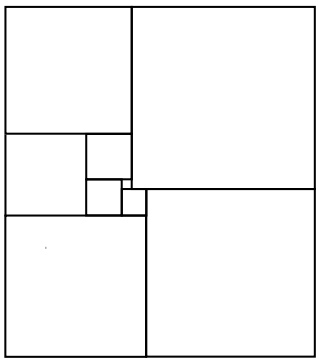
Parte A
(Cada problema vale 4 pontos)

1. Cada questão tem 5 alternativas de respostas: (A), (B), (C), (D) e (E), e apenas uma delas é correta.
2. Para cada questão marque a alternativa na ficha de respostas, preenchendo o espaço dentro do círculo correspondente.

(A) (B) (C) (D) (E)

3. Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas seja a correta.

1. O retângulo abaixo é formado por 9 quadrados. O comprimento da aresta de cada um dos 9 quadrados é um número natural. Se os comprimentos das arestas dos dois quadrados menores são primos entre si, determine o perímetro do retângulo.



(A) 260 (B) 200 (C) 250 (D) 280 (E) 230

2. Um número n é formado por 4 algarismos os quais são consecutivos em ordem decrescente (da esquerda para a direita). Encontre a soma dos possíveis restos quando n é dividido por 37

   (A) 217 (B) 200 (C) 215 (D) 220 (E) 227

3. Um professor pretendia fazer trabalhos em grupo com seus alunos sobre um número fixo de assuntos. Fazendo duplas, um aluno ficaria sozinho sem realizar trabalho. Fazendo trios, dois assuntos não seriam trabalhados pela turma. Qual o número de alunos?

   (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 25

4. De quantas maneiras podemos construir um triângulo retângulo cujos lados tem como medida três números inteiros consecutivos?

   (A) zero (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) infinitas

5. Seja ABC um triângulo retângulo. Se um dos catetos de ABC mede 13 cm, quanto mede em centímetros o perímetro de ABC?

   (A) 171 (B) 182 (C) 193 (D) 202 (E) 216

6. Um time de futebol de salão é composto por doze atletas, sendo dois goleiros e dez jogadores de linha. Numa partida podem ser utilizados cinco atletas por vez, sendo um goleiro e quatro jogadores de linha. De quantas maneiras diferentes podemos começar uma partida?

   (A) 345 (B) 420 (C) 490 (D) 560 (E) 500

7. Qual o valor de $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\cdots}}}}}}}$?

   (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 4 (E) 2

8. Os termos a_n de uma seqüência de números inteiros positivos satisfazem a seguinte relação

$$a_{n+3} = a_{n+2}(a_{n+1} + a_n), \quad \text{para} \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$

   Sabe-se que $a_5 = 35$. Determine a_4.

   (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9

9. Seja $K = 1 + 2 + 3 + \ldots + 100$. É possivel fazer a troca de sinais $+$ por sinais $-$ para obter 1991 em vez de K? se sim, então quantos trocas serão necessarias?

   (A) 15 (B) 25 (C) 10 (D) 30 (E) não é possivel fazer a troca

10. Quantos números inteiros positivos n existem tais que $\dfrac{3n^2+9n+86}{5n+10}$ é um inteiro?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 3

Parte B
(Cada problema vale 10 pontos)

Escreva as soluções completas dos dois problemas nas folhas de respostas com sua identificação. Tudo que você escrever será levado em conta na avaliação.

1. Há três cartas viradas sobre uma mesa. Sabe-se que em cada uma delas está escrito um número inteiro positivo. São dadas a Bruno, Daniel e João Pedro as seguintes informações:

   - os números escritos nas cartas são distintos dois a dois;
   - a soma de tais números é 13;
   - os números estão em ordem crescente, da esquerda para a direita.

   Primeiro, Burno olha o número na carta da esquerda e diz: "Não tenho informações suficientes para determinar os outros dois números."Em seguida, Daniel olha o número na carta da direita e diz: "Não tenho informações suficientes para determinar os outros dois números."Por fim, João Pedro, olha o número da carta do meio e diz: "Não tenho informações suficientes para determinar os outros dois números."Sabendo que cada um deles sabe que os outros dois são inteligentes, que cada um deles quer acertar a reposta e que cada um deles escuta os comentários dos outros, qual é o número da carta que João Pedro viu?

2. Considere todos os anos *capicuas* com pelo menos dois algarismos, isto é, anos com pelo menos dois algarismos que lidos da esquerda para a direita e da direita para a esquerda representam o mesmo ano (por exemplo, 2002 foi um ano capicua, 2112 será um ano capicua). Se um homem nasceu em primeiro de janeiro e viveu durante 12 anos capicuas, qual é a menor idade que pode ter tido quando morreu?