II OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE RIBEIRÃO PRETO

Nível I

5^a e 6^a séries do Ensino Fundamental

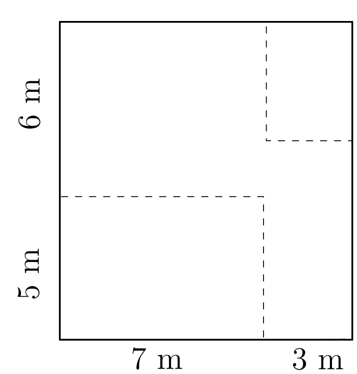
1^a FASE - 01 de setembro de 2007

- **Cada questão da parte A da primeira fase vale 4 pontos e cada questão da parte B vale 10 pontos (total de pontos do nível I primeira fase = 60 pontos).**
- **A publicação da Nota de Corte da segunda fase será no dia 17 de setembro no site www.ffclrp.usp.br/dfm. Lembre que 13 de setembro é data limite para o envio do relatório.**

GABARITO PARTE A

No da Questão	Resposta
Questão No 1	D
Questão No 2	B
Questão No 3	E
Questão No 4	C
Questão No 5	A
Questão No 6	B
Questão No 7	C
Questão No 8	D
Questão No 9	C
Questão No 10	C

1. Simplificamos o desenho da seguinte maneira



Como os lados opostos de um retângulo apresentam o mesmo comprimento, a figura apresentada aqui tem o mesmo perímetro da figura na prova. O perímetro é portanto $2 \times (10 + 11) = 42$.

Resposta: (D)

2. Os dois litros de suco podem ser dividos em 10 partes sendo 4 delas de polpa e as outras 6 de água, isto é, $\frac{4}{10}$ de polpa e $\frac{6}{10}$ de água. Dois litros de suco correspondem a $\frac{1}{4}$ da mistura total. Logo, a proporção final de polpa será $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$. Portanto, a porcentagem final polpa será 10%.

   Resposta: (B)

3. Como $15 \times 24 = 360$ e $375 = 360 + 15$, então a cadeira número 375 será a cadeira 15 da fila 16.

   Resposta: (E)

4. Se em setembro o preço do brinquedo é de R$ 30,00 então apartir do 05 de outubro o preço será de $30,00 + 10\% \times 30,00 = 33,00$ reais.

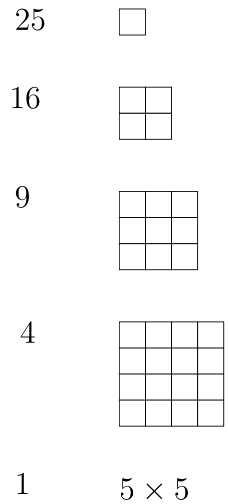
   como no dia 20 de outubro haverá um desconto de 10%, então o preço do brinquedo no dia 21 de outubro será de $33,00 - 10\% \times 33,00 = 29,70$ reais.

   Resposta: (C)

5. Como a senha do cartão de João é um número multiplo de 5, então o referido número deverá terminar em 0 ou 5. Como é sabido que a senha náo pode conter o algarismo 0, então o número da senha deverá terminar em 5. Devemos então procurar três números cuja soma seja 4 (já que a soma de todos os digitos deve ser 9), como nenhum número da senha pode ser 0, a única possibilidade é que sejam $1 - 1 - 2$, $1 - 2 - 1$ e $2 - 1 - 1$. Como o número deve ser maior que 1995, então a senha de João é 2115. Logo temos que o terceiro dígito é 1.

   Resposta: (A)

6. Diretamente observando o tabuleiro temos que existem os seguintes quadrados



Desta forma o número de quadrados é $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$.

Resposta: (B)

7. A divisão da quantidade de ovos por 2, 3, 4, 5 e 6 deixa resto 1. Isso siginifica que se considerarmos um ovo a menos a divisão será exata. Portanto, a quantidade de ovos menos um é um múltiplo comum de 2, 3, 4, 5 e 6, ou seja, é um múltiplo de 60 (mmc desses numeros). Assim, os possíveis valores para a quantidade de ovos menos um são: 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420 e 480. Portanto, os possíveis valores para a quantidade total de ovos são 61, 121, 181, 241, 301, 361, 421 e 481. A mulher informa, no entanto, que a divisão do número total de ovos por 7 é exata. Dos números acima o único que satisfaz essa condição é o 301.

   Resposta: (C)

8. Temos que $2025 \times 36 = (9 \times 225) \times (9 \times 4)$. Como os números 4 e 9×225 são quadrados perfeitos, 2025×36 também tem esta propriedade, mais precisamente, $2025 \times 36 = 3^2 \times 15^2 \times 3^2 \times 2^2 = (3 \times 15 \times 3 \times 2)^2$.

   Exercício, verificar que os outros números não são quadrados perfeitos.

   Resposta: (D)

9. Para termos certeza de que após retirarmos um número n de bolas a próxima nos dará 13 bolas de uma mesma cor, devemos ter retirado 6 vermelhas, 12 brancas, 12 amarelas, 12 azuis e 12 pretas. Com certeza a próxima retirada nos dará 13 bolas de uma mesma cor. Portanto, devemos retirar 55 bolas.

   Resposta: (C)

10. Denotando por x o número de participantes em 2006, o problema toma a forma:

$$x + 350 = \frac{17}{15}x \Leftrightarrow 350 = \frac{17}{15}x - x = \frac{2}{15}x \Leftrightarrow x = \frac{350 \times 15}{2} = 2625$$

    Resposta: (C)

GABARITO PARTE B

1. Observamos primeiro que a soma dos números $1 + 2 + \ldots + 9$ é 45. Se a soma dos números na horizontal é igual a soma dos números na vertical, então temos que excluindo o número da esquina M, a soma dos números restantes na vertical e na horizontal devem ser iguais. Temos duas situações a considerar.

   Caso 1. nenhum número for colado entre 9 e 7 na horizontal.

   nesta situação, já que $4 + 9 + 7 = 20$ então da informação fornecida teremos

   $$M = 45 - 2 \times 20 = 5.$$

   neste caso na vertical poderão ser colocados os números $1, 2, 3, 6$ e 8

   Caso 2. um número é colocado entre 9 e 7 na horizontal.

   denotamos por x o número a ser colocado entre o 9 e o 7 na horizontal. Da informação fornecida na horizontal teremos que

   $$4 + 9 + x + 7 < \frac{45}{2}.$$

   Já que $4+7+9 = 20$, isto implica que $x+4+7+9$ deve ser 21 ou 22, e então a soma dos números no tabuleiro excluindo M é $2 \times 21 = 42$ ou $2 \times 22 = 44$. Concluímos desta forma que neste segundo caso $M = 45 - 42 = 3$ ou $M = 45 - 44 = 1$.

   Critério de Correção:
   (i) Se o aluno conseguir perceber que a soma dos números na horizontal e vertical (sem considerar o M) tem que ser menor que $\frac{45}{2}$ deverá ganhar 1 ponto.

   (ii) Se o aluno indica uma única possibilidade para o valor de M, sem justificar deverá ganhar só 3 pontos.

   (iii) Se o aluno indicou todas as possibilidades M sem justificar, ganhara 8 pontos. Se justificar ganhara os 10 pontos

2. 100 reais tem o mesmo valor que $\frac{100}{8}$ estalecas, logo 200 dolares tem o mesmo valor que $\frac{100}{8}$ estalecas. Podemos então concluir que 100 dolares tera o mesmo valor que $\frac{100}{2\times 8} = 6,25$ estalecas

   Critério de Correção:
   Se o aluno conseguir encontrar a taxa de conversão correta dolares-estalecas, então ganhará 5 pontos se justificar a dedução, e 2,5 pontos caso não justificar.

   Se o aluno conseguir encontrar o valor em estalecas de 100 dolares então ganhara mais 5 pontos se justificar. Se não justificar só ganhara mais 2,5 pontos.

   Se o aluno apresentar a resposta correta sem justificar só ganhará 5 pontos.