

GABARITO

No da Questão	Resposta
Questão No 1	D
Questão No 2	C
Questão No 3	E
Questão No 4	A
Questão No 5	D
Questão No 6	C
Questão No 7	D
Questão No 8	D
Questão No 9	D
Questão No 10	C
Questão No 11	D
Questão No 12	E

- Cada questão da primeira fase vale 1 ponto (total de pontos do nível III = 12 pontos)
- Aguarde a publicação da Nota de Corte de promoção à segunda fase no site [www.ffclrp.usp.br/dfm](http://www.ffclrp.usp.br/dfm)

1. Basta observar que  $f(3) = 1$ ,  $f(1) = 4$ ,  $f(4) = 5$  e  $f(5) = 3$ . Assim,  $f(f(f(f(3)))) = f(f(f(1))) = f(f(4)) = f(5) = 3$ , logo podemos ver que

$$\underbrace{f(f(\dots(f(f(3)))) \dots)}_{2006 \text{ vezes}} = \underbrace{f(f(\dots(f(f(3)))) \dots)}_{2002 \text{ vezes}} = \underbrace{f(f(\dots(f(f(3)))) \dots)}_{1998 \text{ vezes}}$$

como  $2006 = 501 \times 4 + 2$  então

$$\underbrace{f(f(\dots(f(f(3)))) \dots)}_{2006 \text{ vezes}} = \underbrace{f(f(\dots(f(f(3)))) \dots)}_{501 \times 4 + 2 \text{ vezes}} = f(f(3)) = 4$$

Resposta: (D)

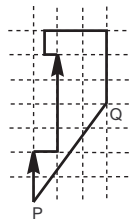
2. Iniciamos a contagem a partir de 1001 e vamos até 9999. Como a metade destes números é ímpar, temos:

$$\frac{9999 - 1001}{2} + 1 = \frac{8998}{2} + 1 = 4499 + 1 = 4500$$

**OBS:** Pode-se ainda ser resolvido através de análise combinatória ou progressão aritmética.

Resposta: (C)

3. Se a distância de  $P$  a  $Q$  é denotada por  $\overline{PQ}$ , então pelo teorema de Pitágoras temos que  $\overline{PQ}^2 = 3^2 + 4^2$ , e portanto,  $\overline{PQ} = 5$ .



Resposta: (E)

4. Note-se que

$$x = 1 + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{20}} + \dots \right) = 1 + \frac{1}{2}x$$

Portanto,  $x = 2$

Resposta: (A)

5. Basta observar que o raio do semicírculo é a diagonal do quadrado  $ABCD$ . Então:

$$\text{Área} = \frac{\pi(a\sqrt{2})^2}{2} - a^2 = a^2(\pi - 1)$$

Resposta: (D)

6. Se o número de pessoas é denotado por  $x$  e o valor total do pacote por  $P$ , então  $P = P(x) = (200 - 2(x - 50))x$ , para  $50 \leq x \leq 80$ .

Basta fazer  $P(x) = 11050$  e obtêm-se que  $x = 65$  ou  $x = 85$ . Como  $x \leq 80$ , segue que  $x = 65$ .

Resposta: (C)

7. Como  $3 < \sqrt{12} < 4$ , por definição  $[\sqrt{12}] = 3$ . Assim,  $\frac{[\sqrt{12}]}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$  e novamente por definição  $[\frac{[\sqrt{12}]}{2}] = 1$ .

Resposta: (D)

8. Uma maneira trabalhosa é efetuar as somas diretamente

$$12 + 4 + 4 + \dots + 4 = 68, \text{ (somando quatorze vezes o 4)}$$

$$12 + 16 + 20 + \dots + 64 + 68 = 600.$$

Podemos ter menos trabalho olhando de outra maneira as somas acima. Quanto a primeira

$$12 + 4 + 4 + \dots + 4 = 12 + 4 \times 14 = 12 + 56 = 68.$$

Já para a segunda, observamos que

$$12 + 16 + 20 + \dots + 64 + 68 = 600$$

$$68 + 64 + \dots + \dots + 16 + 12 = 600$$

Somando coluna a coluna os termos do lado esquerdo, obtemos 80. Assim, o resultado pode ser encontrado por  $\frac{80 \times 15}{2} = 600$ . (Conhecida como soma de uma progressão aritmética.)

Resposta: (D)

9. Como  $\frac{24}{5} = 4 + \frac{4}{5} = 4 + \frac{1}{\frac{5}{4}} = 4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = 4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3+1}}$ .

Logo podemos dizer que  $A = 4$ ,  $B = 1$  e  $C = 3$ . Assim,  $A + 2B + 3C = 15$

Resposta: (D)

10. Se  $x$  for o valor total da compra (sem o desconto), então o valor pago por Jairzinho (com o desconto) é:

$$x - \frac{15}{100} \times \frac{2}{5}x = 98,70$$

Resolvendo temos que  $x = 105$

Resposta: (C)

11.

$$\begin{aligned} x^{x\sqrt{x}} &= (x\sqrt{x})^x \\ x^x x^{1/2} &= (x x^{1/2})^x \\ x^{x^{3/2}} &= (x^{3/2})^x \\ x^{x^{3/2}} &= x^{\frac{3}{2}x} \end{aligned}$$

Como  $x > 1$  então necessariamente a igualdade anterior implica que:

$$\begin{aligned} x^{3/2} &= \frac{3}{2}x \\ x^{3/2} - \frac{3}{2}x &= 0 \\ x(x^{1/2} - \frac{3}{2}) &= 0 \end{aligned}$$

Novamente, como  $x > 1$ , então  $x^{1/2} - \frac{3}{2} = 0$ . Assim  $x = \frac{9}{4}$ , logo  $60x = 135$

Resposta: (D)

12. Segue da tabela formada que

<b>1</b>	<b>2</b>	3*	<b>4</b>	5*	6*	7*	<b>8</b>	9*	10*
<b>11</b>	12*	<b>13</b>	14*	15*	<b>16</b>	<b>17</b>	18*	<b>19</b>	20*
21*	<b>22</b>	<b>23</b>	24*	25*	<b>26</b>	27*	28*	<b>29</b>	30*
<b>31</b>	<b>32</b>	33*	<b>34</b>	35*	36*	<b>37</b>	<b>38</b>	39*	40*
<b>41</b>	42*	<b>43</b>	<b>44</b>	45*	<b>46</b>	<b>47</b>	48*	49*	50*
51*	<b>52</b>	<b>53</b>	54*	55*	56*	57*	58	59	60*

de 1 até 53 temos as 25 páginas restantes. Logo as únicas possíveis opções são

1, 2, 3, ..., 53 (53 páginas no caderno)

1, 2, 3, ..., 53, 54 (54 páginas no caderno)

1, 2, 3, ..., 53, 54, 55 (55 páginas no caderno)

1, 2, 3, ..., 53, 54, 55, 56 (56 páginas no caderno)

1, 2, 3, ..., 53, 54, 55, 56, 57 (57 páginas no caderno)

Resposta: (E)