

- Cada questão da parte A da segunda fase vale 4 pontos e cada questão da parte B vale 10 pontos (total de pontos do nível 1 segunda fase = 40 pontos).
- A publicação da Nota de Corte de promoção à segunda fase será no dia 23 de junho no site www.ffclrp.usp.br/dfm. Lembre que o 12 de junho é data limite para o envio do relatório.

GABARITO PARTE A

No da Questão	Resposta
Questão No 1	B
Questão No 2	E
Questão No 3	D
Questão No 4	C
Questão No 5	B

1. Representando os divisores positivos menores do que n por $D[n]$, então

$$D[3] = \{1\}, D[8] = \{1, 2, 4\}, D[15] = \{1, 3, 5\}, D[28] = \{1, 2, 4, 7, 14\} \text{ e } D[35] = \{1, 5, 7\}.$$

Claramente o único número perfeito entre as alternativas mostrada é $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$

Resposta: (D)

2. Por dado do problema, 1 cone equilibra 1 cubo + 1 esfera, logo 3 cones equilibram 1 cubo + 1 esfera + 2 cones. Como 2 cones + 1 cubo equilibram 8 esferas (dado do problema), então 1 cubo + 2 cones + 1 esfera equilibram 9 esferas. Logo, 3 cones equilibram 9 esferas e, portanto, 1 cone equilibra 3 esferas.

Por outro lado, 2 cones + 1 cubo equilibram 8 esferas (dado do problema), já que foi deduzido que 1 cone equilibra 3 esferas, então trocando os 2 cones por 6 esferas concluimos que 6 esferas + 1 cubo equilibram 8 esferas. Assim podemos afirmar que 1 cubo equilibra 2 esferas e portanto, 1 cubo + 1 cone equilibram 5 esferas.

Resposta: (E)

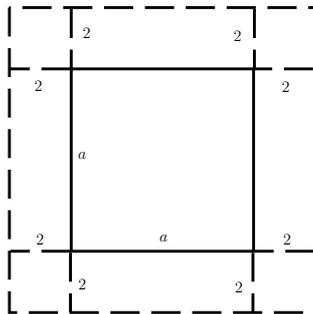
3. Quando a roda dianteira der uma giro completo ela percorrerá 4 metros, assim ao percorrer 400 metros a roda dianteira deverá ter girado 100 vezes.

Como a roda traseira numa giro completo percorre 5 metros, então ao percorrer os 400 metros esta roda fara 80 giros completos.

Portanto a roda dianteira deu 20 giros a mais que a roda traseira.

Resposta: (C)

4. Considerando o quadrado inicial de lado a observamos, através da figura, que



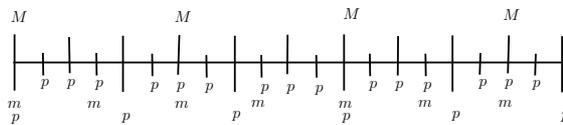
$$64 = 4 \times (2 \times 2) + 4 \times (2 \times a). \text{ Resolvendo a equação temos que } a = 6.$$

Resposta: (D)

5. a) A resposta é obtida calculando o Mínimo Múltiplo Comum de 90, 45 e 15. Isto é

$$MMC(90, 45, 15) = 90$$

.



- b) A resposta se obterá calculando todas as batidas dos sinos desde as 06h até as 11h.

o sino grande bate 4 vezes.

o sino medio bate 7 vezes.

o sino pequeno bate 21 vezes

os três sinos dam no total 32 batidas.

Resposta: (B)

GABARITO PARTE B

1. Observe que as opções para escolha são $\{3, 4, 5, 6, \dots, 16, 17, 18\}$. Como são três os dados considerados, então bastara analisar as possibilidades de decomposição de cada um destes números como uma soma de três inteiros maiores ou iguais que 1 e menores ou iguais que 6. Assim por exemplo

3 tem uma única decomposição possível: $1 + 1 + 1$

4 tem uma única decomposição possível: $1 + 1 + 2$

5 tem duas decomposições possível: $1 + 1 + 3$ e $1 + 2 + 2$

Fazendo este estudo verificamos que os números 9, 10, 11 e 12 tem um número maior de decomposições possíveis (6 decomposições). Por tanto se queremos jogar este jogo o mais indicado é apostar em qualquer um destes números.

Critério de Correção:

(i) Se o aluno percebeu que deverá estudar a decomposição de cada número deverá ganhar 1 ponto.

(i) Se o aluno conseguiu indicar alguns dos números deverá ganhar 3 pontos. Se justificou adequadamente o motivo da escolha ganhará mais 3 pontos.

(ii) Se o aluno indicou todas as opções possíveis ganhará 6 pontos. Se justificar adequadamente ganhará mais 4 pontos.

2. Joãozinho deve retirar uma única bolinha da caixa com etiqueta “azul e verde”, pois como todas as etiquetas estão trocadas, esta caixa contém apenas bolinhas verdes ou apenas bolinhas azuis. A cor da bolinha retirada será a cor de todas as bolinhas da caixa.

Para corrigir as etiquetas, basta considerar os dois casos abaixo e, novamente lembrar que todas as etiquetas estavam trocadas:

(*) se a bola retirada for azul: a caixa que estava com a etiqueta “ azul e verde” recebe a etiqueta “azul”. A caixa que estava com a etiqueta “azul” recebe a etiqueta “verde” e a caixa que estava com a etiqueta ”verde” recebe a etiqueta “azul e verde”;

(**) se a bola retirada for verde: a caixa que estava com a etiqueta “azul e verde” recebe a etiqueta “verde”. A caixa que estava com a etiqueta “verde” recebe a etiqueta “azul” e a caixa que estava com a etiqueta “azul” recebe a etiqueta “azul e verde”.

Critério de Correção:

(i) Se o aluno conseguiu identificar a primeira escolha, isto é, a caixa com a etiqueta “azul e verde”, então ganha 4 pontos se justificar o motivo da escolha e 2 pontos caso não justificar.

(ii) Cada caso, (*) e (**), feito pelo aluno vale 3 pontos. Assim, se o aluno acertar os dois casos ganha 6 pontos.

Se o aluno apresentar outras alternativas que não chegam na solução: 0 pontos.