VI Olimpíada Regional de Matemática de Ribeirão Preto

Nível I

6º e 7º ano do Ensino Fundamental

FASE DE SELEÇÃO - 01 a 02 de setembro de 2011

- **Cada questão vale 01 ponto (total de pontos do nível I-fase de seleção = 10 pontos).**

- **Caro Professor, guarde a prova e os rascunhos dos seus alunos. Lembre-se que a Comissão Organizadora poderá solicitar em qualquer momento a prova resolvida pelos alunos. Lembre-se também que o dia 15 de setembro é a data limite para o envio do relatório da Fase de Seleção. O relatório estara disponível no endereço oficial do evento:** http://dcm.ffclrp.usp.br/mat/olimpiada**. O relatório permitirá à Comissão Organizadora decidir a Nota de Corte para a Fase Final. A Nota de Corte será disponibilizada online no dia 20 de setembro no endereço oficial do evento.**

GABARITO

No da Questão	Resposta
Questão No 1	A
Questão No 2	C
Questão No 3	D
Questão No 4	E
Questão No 5	A
Questão No 6	C
Questão No 7	A
Questão No 8	A
Questão No 9	C
Questão No 10	B

1. A primeira página com numeração sendo um múltiplo de 5 é a página 5 ($= 1 \times 5$). A segunda página com numeração sendo um múltiplo de 5 será a página 10 ($= 2 \times 5$). A terceira será a página 15 ($=3 \times 5$). Logo, a N-ésima página será dada por $N \times 5$. Como 2010 é a última numeração múltipla de 5, então $N \times 5 = 2010$ e $N = 402$. Entretanto, apenas metade destas páginas têm em sua numeração um número par (aquelas terminadas em 0), logo o número de páginas que possuem em sua numeração um número par e múltiplo de 5 é 201.

   Resposta: (A)

2. Pelo caminho 1 gasta-se $253 : 11 = 23$ litros de álcool, enquanto pelo caminho 2 gasta-se $205 : 10 = 20,5$ litros de álcool. Portanto, pelo caminho 1 gasta-se $2,5$ litros de álcool a mais, ou seja, gasta-se $2,5 \times 1,70 = 4,25$ a mais em combustível. Adicionando a este valor o pedágio, pode economizar $4,25 + 4,70 = 8,95$ reais.

   Resposta: (C)

3. Primeiramente calcula-se o desconto de 30 porcento sobre o valor da roupa devido ao pagamento ser a vista, isto é, $\frac{140\times30}{100} = 42$ é o desconto. Subtraindo esse valor obtem-se o saldo devedor $140-42 = 98$. Como o pagamento é em dinheiro, aplique-se 5 porcento sobre esse saldo devedor, a saber, $\frac{98\times5}{100} = 4,90$ é o desconto adicional. Portanto, o valor a ser pago é $98 - 4,90 = 93,10$.

   Resposta: (D)

4. O problema fica muito simples observando que o número que deve ser a soma dos outros dois, não pode ser maior nem menor que 48, logo deve ser exatamente 48. Fixado esse número, logo a soma dos outros dois números múltiplos de 4 deve ser 48, cujas soluções são $(4,44)$, $(8,40)$, $(12,36)$, $(16,32)$, $(20,28)$ e $(24,24)$. Portanto, o número máximo é de 6 soluções.

   Resposta: (E)

5. Como o valor de 1 sorvete corresponde a $90 : 18 = 5$ chicletes, logo com os 6 sorvetes ele poderia ter comprado 30 chicletes. Adicionada aos outros 30, já gastou o equivalente a 60 chicletes. Logo, poderá ainda comprar 30 chicletes.

   Resposta: (A)

6. Se a chapa menos dois discos pesa $9,7$ kg e a chapa menos cinco discos pesa $9,25$ kg, então o peso de três discos é de $0,45$ kg, logo o peso de um disco é de $0,15$ kg (lembre-se que cada disco tem o mesmo diâmetro e, portanto, o mesmo peso). Esta última informação nos permite concluir que 35 discos pesarão $35 \times 0,15 = 5,25$ kg. Como a chapa menos 5 discos pesa $9,25$ kg, então a chapa menos 40 discos pesará $9,25 - 5,25 = 4$ kg.

   Resposta: (C)

7. No primeiro pulo a pulga está no número 1, no segundo no número 2, no terceiro no número 4. No quarto pulo a pulga retorna ao número 1 e depois de 3 pulos a pulga retorna novamente ao mesmo lugar, portanto depois de $n > 0$ pulos a pulga

está em 1, 2, ou 4 se n é respectivamente da forma

$$n = 3k + 1,$$
$$n = 3k + 2,$$
$$n = 3k.$$

Observamos porém que destas três opções só a primeira é possível pois para $n = 2011$, esta é a única com solução k inteira, ou seja $k = (2011 - 1)/3 = 670$. Concluímos portanto que após de 2011 pulos a pulga está no número 1.

Resposta: (A)

8. Como todos estão necessariamente erradas: M diz maça então só pode ser L ou ML; L diz laranja mas só pode ser M ou ML; e ML diz maça&laranja mas só pode ser M ou L, nunca as duas ao mesmo tempo.

   Se tirar uma fruta só de ML ela vai revelar se é L ou M pois não pode ter as duas frutas ao mesmo tempo. Não pode porque já garantiram que os rótulos estão errados e ML não pode ter maças&laranjas, só pode ter um ou outro. Quando tirar a fruta saberemos qual delas é. Os outros saberemos automaticamente por exclusão pois, se ML for L então M só pode ter ML, e nada mais, pois se M tivesse M estaria certo desde o começo, e já sabemos que todos estão rotulados errado no começo. Aí, claro, L teria M e tudo estaria resolvido. Por outro lado, se quando checarmos ML obtivermos M, então L só pode ter ML porque, se não fosse ML e sim L, estaria certo desde o começo, o que já foi avisado que não aconteceu. Portanto basta uma checagem só na caixa ML para descobrir o que aconteceu e re-rotular tudo corretamente.

   Resposta: (A)

9. O primeiro chute é o valor do meio $32768/2 = 16384$. Como estamos falando da pior hipótese possível, erramos. Mas sabendo que o número correto é ou maior que 16384, ou seja: $\{16385, \ldots, 32768\}$; ou menor que 16384, ou seja: $\{0, 1, \ldots, 16383\}$, reduzimos as possibilidades de 32768 possíveis para 16384 possíveis. Tanto faz se o número está à direita ou à esquerda de 16384, escolhemos o número no meio. Se optarmos pela esquerda do número 16384 iríamos para 8192. Se optarmos pela direita iríamos para 24576. De qualquer forma reduziríamos novamente as possibilidades pois erramos de novo (é o pior caso afinal) mas sabemos que o certo está ou à direita ou à esquerda: nos subconjuntos ou dos números maiores ou dos números menores. O número de possibilidades agora é $32768/2^2 = 8192$. Após outro round o número de possibilidades cairá para $32768/2^3 = 4096$. Após outro round cairá para $32768/2^4 = 4096/2 = 2048$. Depois para $32768/2^5 = 1024$. E assim por diante até $32768/2^{13} = 4$ e $32768/2^{14} = 2$. Nesse momento o palpite #15 irá descobrir o

número pois se errarmos, só pode ser o outro número, o único que falta (mas aí não precisa palpitar pois ficou evidente por exclusão).

Resposta: (C)

10. 1011011 em binários representa $1\times2^6+0\times2^5+1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0 = 91$. 1001111 em binários representa $1\times2^6+0\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+1\times2^1+1\times2^0 = 79$. 91- 79 $= 12 = 1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+0\times2^0$ portanto em binários 1100.

    Resposta: (B)